



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

OPTIMALIZACE PROFILŮ POSUVNÉ BRÁNY

OPTIMIZATION OF SLIDING GATE PROFILES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Tomáš Gajdůšek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav matematiky
Student: **Tomáš Gajdůšek**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Matematické inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.**
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Optimalizace profilů posuvné brány

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V rámci modernizace sortimentu posuvných a křídlových bran od firmy Technopark CZ s.r.o je třeba provést optimalizaci profilů, ze kterých je zhotovena posuvná brána různých rozměrů. Úloha se bude řešit jako 2D staticky neurčitý rám.

Cíle bakalářské práce:

1. Vytvoření 2D modelů rámu posuvné brány pro různé rozměry.
2. Napjatostně deformační analýza posuvné brány.
3. Optimalizace profilů posuvné brány.
4. Verifikace vybraného analytického výpočtu numerickým řešením.

Seznam doporučené literatury:

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a J. BURŠA. Mechanika těles Pružnost a pevnost I. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2004. ISBN 80-214-2592-X.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 26. 10. 2017



prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Práce se zabývá provedením deformační a napjatostní analýzy reálné samonosné posuvné brány vyráběné firmou Technopark CZ s.r.o.

V první části se rozebírá teorie, která se dále využívá pro výpočty. Ve výpočtové části je vytvořen model samonosné posuvné brány a následně se analyticky řeší deformace a napětí v tomto modelu. Analytické řešení je verifikováno numerickým řešením v programu Ansys. Na závěr práce jsou zhodnoceny poznatky a vytvořeno optimální dimenzování profilů.

Summary

This thesis deals with stress and strain analysis of real self-supporting sliding gate produced by company Technopark CZ. s.r.o.

In the first part of work is analyzed theory, which is used for calculations. In computational part is created model of self-supporting sliding gate and then analytically solves deformations and stresses in this model. The analytical solution is verified by the numerical solution in Ansys. At the end of the thesis are evaluated the knowledge and created the optimal dimensioning of the profiles.

Klíčová slova

Uzavřený rám, napětí, deformace, metoda konečných prvků, brána.

Keywords

Closed frame, tension, deformation, finite element method, gate.

GAJDŮŠEK, T. *Optimalizace profilů posuvné brány*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 57 s. Vedoucí doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Optimalizace profilů posuvné brány vypracoval pod vedením vedoucího bakalářské práce samostatně za použití zdrojů uvedených v seznamu zdrojů, který je vložen na konci práce. Dále prohlašuji, že tištěná verze a elektronická verze bakalářské práce jsou shodné.

Tomáš Gajdušek

Děkuji vedoucímu práce doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, Ph.D. za doporučení potřebných materiálů a za ochotu při konzultacích ohledně formálních a obsahových nedostatků mé práce.

Dále děkuji firmě Technopark CZ s.r.o., zvláště Lukáši Pomykalovi, za zprostředkování a poskytnutí všech informací a dat k posuvným branám. A na závěr děkuji rodině za podporu při studiu.

Tomáš Gajdůšek

Obsah

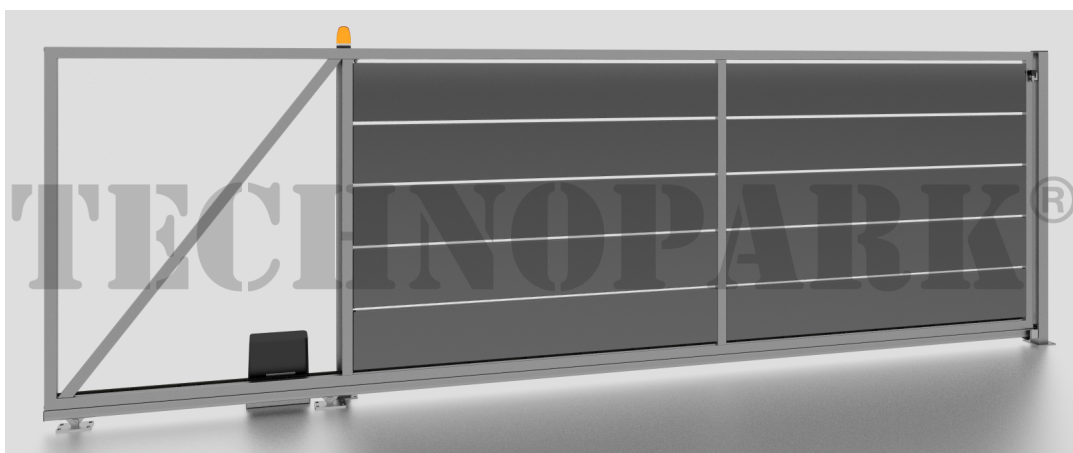
Úvod a cíle	11
1 Teorie	12
1.1 Prutové předpoklady	12
1.2 Statický rozbor	12
1.3 Výsledné vnitřní účinky prutů	13
1.4 Věty o lineární pružnosti	14
1.4.1 Castiglianova věta	14
1.4.2 Věta o superpozici	14
1.4.3 Věta o vzájemnosti prací (Bettiho věta)	14
1.5 Geometrické charakteristiky příčného průřezu	15
1.5.1 Plocha příčného průřezu	15
1.5.2 Lineární momenty	15
1.5.3 Kvadratické momenty	15
1.6 Extrémní napětí	16
1.7 Energie napjatosti	16
1.8 Mezní stavy	17
1.8.1 Typy mezních stavů	17
1.8.2 Součinitel bezpečnosti	17
1.9 Deformace těles	18
1.10 Řešení úloh prutů namáhaných ohybem	18
1.11 Metoda konečných prvků	19
2 Analytický výpočet	20
2.1 Model brány	20
2.2 Hodnoty pro počítaný model	22
2.3 Charakteristiky průřezu	23
2.3.1 Těžiště	24
2.3.2 Kvadratický moment	24
2.4 VVÚ	25
2.4.1 Určení sil ve vazbách	25
2.4.2 Určení rovnic VVÚ	27
2.4.3 Deformační podmínky	33
2.4.4 Síly a ohybový moment v řezech	34
2.4.5 Ohybový moment	34
2.4.6 Výpočet průhybů	38
3 Numerické řešení	39
3.1 Výplň jako liniové zatížení	39
3.2 Bez liniového zatížení	41
3.3 Výplň jako liniové zatížení při tenčím profilu	42
3.4 Modely s výplní	44

4	Zhodnocení	46
4.1	Napjatostní analýza	46
4.2	Deformační analýza	46
4.2.1	Model brány bez výplně	46
4.2.2	Model brány s výplní	48
4.2.3	Kritický bod	48
	Závěr	50
	Literatura	52
	Seznam použitých symbolů	53
	Seznam obrázků	54
	Seznam grafů	56
	Seznam příloh	57

Úvod a cíle

Bakalářská práce se zabývá napětovou a deformační analýzou rámu samonosné posuvné kovové brány. Kovové brány vyráběné firmou Technopark CZ, s.r.o. jsou vyrobeny svařením obdélníkových jeleků a ze spodní strany rámu navíc přivařeným speciálním C profilem vhodným pro nasunutí pojezdových koleček. Hmotnost brány je nesena pouze dvěma kolečky umístěných v C profilu, protože bakalářská práce řeší jenom stav v klidu, jsou kolečka při modelování nahrazeny pouze silou. Horní část brány je uchycena bočním vedením umístěným na vodícím sloupku, které však zabraňuje pouze bočnímu posuvu. Protože boční vedení nenese žádnou hmotnost brány, je v 2D modelu rámu zcela zanedbáno. Výplň brány může být plech, tahokov, svislé jekly a další podle přání zákazníka. Brány se prodávají také bez výplně, tu si pak zákazník může zvolit naprosto libovolně, pouze musí být dodržena maximální hmotnost, pro kterou je brána dimenzována. Vzhledem omezením analytickým výpočtu a možnosti prodeje samostatného rámu, je bakalářská práce zaměřena na rám bez výplně, vliv výplně na průhyb je řešen pouze numerickými metodami v programu Ansys.

1



Obrázek 1: Samonosná posuvná brána s kazetovou výplní

S rozšiřováním automatizačních a bezpečnostních prvků roste také obliba automatických bran. Samonosné posuvné brány (obrázek 1) jsou velmi často používané nejen v průmyslových prostorech, ale také v domácnostech. Mezi hlavní výhody patří malá náročnost na manipulační prostor, bezpečnost otvírání, možnost zabezpečení proti násilnému vniknutí a také bezúdržbovost. Oproti kolejnicovým branám není nutné betonovat kolejnici a bránu nemůže znehybnit zapadlý kamínek pod kolečkem. Protikladem je vyšší namáhání rámu a z toho plynoucí požadavky na jeho materiál a konstrukci.

Cílem bakalářské práce je sestavit model rámu brány. Provést uvolnění rámu pro zavřený i otevřený stav. Modely se budou lišit pouze umístěním sil nahrazující umístění koleček. Protože je rám uzavřený, je nutné provést řez a získat tak otevřený prut. Vyjádřením energie napjatosti se určí síly a moment v řezech. Využitím získaných vnitřních sil se provede napjatostně deformační analýza. S ohledem na vypočítané průhyby a napětí bude provedeno doporučení k volbě vhodných profilů pro výrobu dané velikosti brány. Na závěr práce bude analytické řešení ověřeno numerickým řešením pomocí programu Ansys.

¹Všechny obrázky s vodoznakem byly vytvořeny ve firmě Technopark CZ, s.r.o. pro účely této práce.

1 Teorie

Oddíl teorie, kromě části s uvedeným zdrojem, je převzat ze zdroje [3] HORNÍKOVÁ, Jana a Pavel ŠANDERA. Pružnost a pevnost: interaktivní učební text [online]. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2002 [cit. 2018–05–20]. Dostupné z: <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>

1.1 Prutové předpoklady

Prut je nejjednodušší teoretický model reálného tělesa. K tomu, aby se reálné těleso dalo modelovat jako prut, musí splnit následující podmínky, tzv. prutové předpoklady:

- Geometrické
 - Prut je určen střednicí a v každém bodě střednice příčným průřezem.
 - Střednice je spojitá a hladká křivka konečné délky.
 - Příčný průřez je souvislá oblast ohraničená křivkou.
- Vazbové a zatěžovací
 - Vazby omezují pouze posuvy a úhly natočení střednice prutu.
 - Působíště všech sil je pouze na střednici.
- Deformační
 - Střednice zůstává v procesu deformace spojitá a hladká.
 - Průřezy v procesu deformace zůstávají rovinné a kolmé k deformované střednici, pouze se vzájemně:
 - oddalují (tah), přibližují (tlak),
 - natáčí kolem osy ležící v příčném průřezu a deformují (ohyb),
 - natáčí kolem osy kolmé k příčnému průřezu a nedeformují (krut),
 - posouvají kolmo ke střednici (smyk).
- Napjatostní
 - Napjatost v bodě prutu je určena normálovým a smykovým napětím v řezu vedeném tímto bodem, ostatní složky tenzoru jsou nulové.

1.2 Statický rozbor

Statický rozbor se dělí na statický rozbor vnitřní a vnější. Vnější statický rozbor zkoumá množství neznámých silových parametrů a počet použitelných podmínek na těleso jako celek, zatímco vnitřní statický rozbor zkoumá silové parametry a použitelné podmínky z pohledu vnitřních částí tělesa.

Pro určení silových účinků je nutné prut uvolnit. Uvolnění prutu znamená odstranění vazeb a jejich nahrazení stykovými silami a silovými dvojicemi.

Označení:

μ neznámé silové parametry

v počet použitelných podmínek statické rovnováhy

s stupeň statické neurčitosti

$$s = \mu - v$$

$\mu > v$ staticky neurčité uložení

$\mu < v$ staticky přeuročené

$\mu = v$ staticky určité

Nejjednodušší možností je **uložení staticky určité**. Počet použitelných podmínek statické rovnováhy je shodný s počtem neznámých silových parametrů, tedy lze sestavit soustavu rovnic a vyjádřit neznámé parametry.[2]

Pokud je těleso **staticky přeuročené**, znamená to, že počet použitelných podmínek je vyšší než počet neznámých parametrů. Prut není uložen nepohyblivě z hlediska pohybu jako celku. Tyto případy řeší dynamika.

Staticky neurčité uložení znamená, že počet použitelných podmínek je menší než počet neznámých parametrů. Při sestavení soustavy rovnic je tedy počet neznámých parametrů vyšší než počet rovnic. Chybějící podmínku statické rovnováhy je možné doplnit vhodnou deformační podmínkou. Pro určení deformační podmínky je nutné provést částečné uvolnění.

Částečné uvolnění je uvolnění na úroveň staticky určitého uložení a zavedení deformačních podmínek tak, aby byla zachována deformace shodná s původním staticky neurčitým uložením. Jeho cílem je formulace deformační podmínky.

Deformační podmínka je vazbová podmínka v místě uvolněné vazby při částečném uvolnění. Vznikne tak chybějící rovnice, kterou potřebujeme k řešení neznámých silových vazbových parametrů.

Uzavřený prut je vždy vnitřně staticky neurčitá úloha. Řešení se provede pomocí řezu, kdy se vhodným řezem z uzavřeného prutu vytvoří prut otevřený a formulují se deformační podmínky v řezu. Pokud je prut vícekrát uzavřený, provede se řez tolikrát, aby se vytvořil prut otevřený.

1.3 Výsledné vnitřní účinky prutů

VVÚ jsou složky silové a momentové výslednice vnitřních sil v těžišti příčného průřezu, které spolu se soustavou vnějších silových účinků tvoří rovnovážnou silovou soustavu působící na prvek prutu. Pro složky VVÚ se zavádějí označení: [4]

N	normálová síla	síla působící po normále příčného průřezu namáhání tahem - kladná hodnota - vnější směr normály namáhání tlakem - záporná hodnota - vnitřní směr normály
T_y, T_z	posouvající síly	namáhání smykem
M_{oy}, M_{oz}	ohybové momenty	namáhání prutu ohybem
M_k	kroutící moment	namáhání prutu krutem

Z definice plyne, že suma všech sil a momentů působících na libovolný prvek prutu je nulová, matematicky zapsáno:

$$\sum_{i=1}^k N_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^k T_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^k M_{oi} = 0$$

Z rovnic lze tedy vyjádřit výslednice vnitřních momentových a silových účinků.

VVÚ lze rozlišit na:

VVÚ v bodě:

je to určitá hodnota, určuje lokální charakteristiky (napětí).

VVÚ prutu:

funkční závislost po délce střednice, potřebná pro určení nebezpečných průřezů a globálních charakteristik (deformační posuvy).

1.4 Věty o lineární pružnosti

1.4.1 Castiglianova věta

Působí-li na lineárně pružné těleso (soustavu) silová soustava, pak posuv u_A působíště síly \vec{F}_J po její nositelce je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této síly: $u_A = \frac{\partial W}{\partial F_A}$

Úhel natočení φ_A přímky spojené s působíštěm silové dvojice \vec{M}_A v rovině jejího působení je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této dvojice: $\varphi_A = \frac{\partial W}{\partial M_A}$

Z hlediska praktického použití je Castiglianova věta nejdůležitější větou lineární pružnosti. Umožňuje spočítat deformační charakteristiky libovolného lineárně pružného tělesa, u kterého lze matematicky zapsat vztah pro jeho energii napjatosti.

1.4.2 Věta o superpozici

Napjatost a deformace tělesa zatíženého silovou soustavou je v lineární pružnosti rovna součtu napjatostí a deformací způsobených jednotlivými silami této soustavy.

1.4.3 Věta o vzájemnosti prací (Bettiho věta)

Při působení \vec{F}_1 a \vec{F}_2 na lineárně pružné těleso platí: Práce síly \vec{F}_1 na složkách deformace vyvolaných silou \vec{F}_2 je rovna práci síly \vec{F}_2 na složkách deformace vyvolaných silou \vec{F}_1 .

Zavedením jednotkových sil $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = 1$ lze větu zjednodušit a síly lze vykrátit. Pro příslušné posuvy platí $\eta_{12} = \eta_{21}$. Posuv η_{12} znamená posuv působíště síly \vec{F}_1 od jednotkové síly \vec{F}_2 . Potom pro posuv působíště \vec{F}_1 platí $u_1 = F_1\eta_{11} + F_2\eta_{12}$.

1.5 Geometrické charakteristiky příčného průřezu

Jsou to veličiny charakterizující příčný průřez. Jsou využívány ve vztazích pro výpočet napětí a deformace pro jednotlivé způsoby namáhání.

1.5.1 Plocha příčného průřezu

$$S = \int_{\psi} dS = \iint_{\psi} dydz \quad [m^2]$$

1.5.2 Lineární momenty

Slouží k určování těžiště průřezu. K ose procházející těžištěm, která se označuje jako centrální osa, je lineární moment roven nule.

$$J_y = \int_{\psi} z dS, \quad J_z = \int_{\psi} y dS \quad [m^3]$$

1.5.3 Kvadratické momenty

Osové kvadratické momenty pro hlavní souřadnicový systém:

$$J_y = \int_{\psi} z^2 dS, \quad J_z = \int_{\psi} y^2 dS \quad [m^4]$$

Využití při výpočtu napětí a deformace v ohybu.

Vlastnost kvadratických momentů:

Aditivnost: Kvadratický moment průřezu k daným osám se rovná součtu kvadratických momentů všech částí tohoto průřezu k daným osám.

Hodnoty polárních a osových kvadratických momentů jsou kladné, hodnota deviačního momentu může být jakékoliv číslo.

Osové momenty dvou symetrických průřezů jsou k ose symetrie shodné.

Kvadratický moment obdélníku

$$J_y = \int_{\psi} z^2 dS = \int_{-h/2}^{h/2} h/2 z^2 b dz = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_z = \int_{\psi} y^2 dS = \int_{-b/2}^{b/2} b/2 y^2 h dy = \frac{hb^3}{12}$$

Transformace kvadratického momentu posunutím

K transformaci kvadratického momentu posunutím slouží Steinerovy věty:

$$J_y = J_{y_T} + b^2 S, \quad J_z = J_{z_T} + a^2 S$$

Využitím Steinerových vět se přepočítá kvadratický moment J_y k libovolné ose rovnoběžné s osou y , která je b vzdálená od původní osy kvadratického momentu.

1.6 Extrémní napětí

Pro určení mezních stavů je třeba určit extrémy. Pro mezní stav pružnosti je to místo s největší absolutní hodnotou napětí v příčném průřezu.

U prostého tlaku a tahu je napětí rozloženo rovnoměrně po průřezu, všechny body průřezu jsou tedy namáhány stejně. Extrémní napětí je dáno vztahem:

$$\sigma_{ex} = \frac{N}{S}$$

Při namáhání krutem bude mít smykové napětí maximální hodnotu na největším poloměru příčného průměru, tj. na vnějším obvodě:

$$\tau = \frac{M_K}{J_P} \cdot \rho_{ex}$$

Pro namáhání prostým ohybem:

K popisu rozložení napětí v průřezu zavedeme neutrální osu, tj. přímku, která má tyto vlastnosti:

- leží v příčném průřezu a prochází těžištěm,
 - ve všech bodech přímky je $\sigma = 0$,
 - rozděluje průřez na dvě části, z nichž v jedné působí napětí kladná a v druhé záporná.
- Největší absolutní hodnota napětí příčného průřezu je v nejvzdálenějším bodě od neutrální přímky daného příčného průřezu. Napětí lze určit ze vztahu:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{oy}}{J_y} \cdot z_{max}$$

1.7 Energie napjatosti

V lineární pružnosti se celá deformační práce projeví zvýšením pružné energie napjatosti. Při namáhání tahem nebo tlakem se akumuluje v prutu o délce l energie napjatosti:

$$W_l = \int_0^l \frac{N^2}{2ES} dx$$

Při namáhání krutem se akumuluje v prutu o délce l energie napjatosti:

$$W_l = \int_0^l \frac{M_k^2}{2GJ_P} dx$$

Při namáhání ohybem se akumuluje v prutu o délce l energie napjatosti:

$$W_l = \int_0^l \frac{M_{oy}^2}{2EJ_y} dx$$

1.8 Mezní stavy

1.8.1 Typy mezních stavů

Mezní stav je takový stav, při kterém dochází ke ztrátě nebo omezení schopnosti vykonávat některou z jeho požadovaných funkcí.

Mezní stav deformace

Mezní stav deformace je stav, při kterém se deformace tělesa mění z funkčně přípustné na funkčně nepřípustné.

Mezní stav pružnosti

Mezní stav pružnosti tělesa je takový stav, při jehož překročení vznikají v tělese zjistitelné plastické deformace.

Mezní stav deformační stability

Mezní stav deformační stability tělesa je stav, kdy geometrická konfigurace, která byla stabilní před dosažením mezního stavu, se po jeho překročení stává labilní a stabilní se stává jiná geometrická konfigurace tělesa.

Mezní stav porušení

Mezní stav porušení je takový zatěžovací stav, při kterém dojde k porušení jeho spojitosti tak, že příslušná konstrukce nemůže plnit stanovenou funkci.

1.8.2 Součinitel bezpečnosti

Součást musí plnit svoji funkci za všech možných podmínek. Schopnost plnit funkci i za mimořádných podmínek se označuje jako spolehlivost soustavy. Protože v provozu součásti nemůže dojít k dosažení, ani přiblížení k meznímu stavu, zavádí se bezpečnost. Bezpečnost je možné určit ze vztahu:

$$k = \frac{\alpha_M}{\alpha_P}$$

kde α_M je mezní hodnota a α_P je provozní hodnota dané veličiny.

Provozní zatížení musí být menší než zatížení, při kterém dochází k meznímu stavu, z uvedeného vztahu tedy plyne, že bezpečnost k musí být $k > 1$. Pokud by $k = 1$ nastal by mezní stav.

Bezpečnost lze definovat k meznímu stavu, který lze jednoznačně vyjádřit číselnou hodnotou, například vůči:

$$\begin{aligned} \text{meznímu stavu deformace} \quad k_D &= \frac{u_{mez}}{u_{max}} \\ \text{meznímu stavu pružnosti} \quad k_D &= \frac{\sigma_K}{\sigma_{max}} \end{aligned}$$

1.9 Deformace těles

Deformace tělesa je změna tvaru a rozměrů tělesa nebo změna tvaru a rozměrů každého jeho prvku vymezeného ve výchozím stavu. K popisu deformace je třeba definovat polohy bodů tělesa pomocí polohových vektorů jak v nedeformovaném, tak v deformovaném stavu. K popisu je nutné použít vztažnou soustavu, v níž definujeme souřadnicové systémy.

Deformace tělesa je jednoznačně dána množinou posuvů všech jeho bodů. Posuvy bodů jsou základními deformačními charakteristikami tělesa. Pomocí posuvů lze určit délkové a úhlové změny v tělese:

Posuv - změna polohy bodu tělesa

Délkové změny - změna vzdálenosti dvou bodů

Úhlové změny - změna úhlu daného třemi body tělesa

1.10 Řešení úloh prutů namáhaných ohybem

Pro zjištění deformace a mezních stavů je třeba znát průhyby a úhly natočení ve zkoumaných bodech střednice prutu. K jejich zjištění slouží několik metod, například lze využít Castiglianovu větu nebo integrace diferenciální rovnice průhybové čáry prutu.

Diferenciální přístup

Využívá diferenciální rovnice $w''(x) = -\frac{M_{oy}(x)}{EJ_y}$, která se integruje. Rovnice je doplněna okrajovými podmínkami. Prut, který lze popsat jedinou hladkou a spojitou funkční závislostí, je potřeba jedna diferenciální rovnice 2. řádu a 2 okrajové podmínky.

Integrální přístup

Použitím Castiglianovy je možné určit deformační charakteristiky v daných bodech střednice prutu. U dlouhých štíhlých prutů ($l > 10h$) lze posouvající sílu zanedbat. Proto je možné energii napjatosti prutu délky l vyjádřit:

$$W = \int_0^l \frac{M_{oy}^2(x)}{2EJ_y} dx$$

Při řešení posuvu působíště A síly \vec{F}_A dosadíme energii do Castiglianovy věty a v obecném tvaru zderivujeme:

$$u_A = \frac{\partial W}{\partial F_A} = \int_0^l \frac{M_{oy}}{2EJ_y} \frac{\partial M_{oy}}{\partial F_A} dx$$

Pro řešení natočení působíště A ohybového momentu \vec{M}_A dosadíme energii do Castiglianovy věty a v obecném tvaru zderivujeme:

$$\varphi_A = \frac{\partial W}{\partial M_A} = \int_0^l \frac{M_{oy}}{2EJ_y} \frac{\partial M_{oy}}{\partial M_A} dx$$

1.11 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků (dále jen MKP) je nepoužívanější způsob napětově deformační analýzy. Je využívána také k jiným inženýrským výpočtům, jako je vedení tepla a elektřiny, magnetismu a proudění kapalin.

V oblasti mechaniky těles umožňuje MKP řešit tyto základní typy úloh:

- napětově deformační analýza lineárních i nelineárních úloh pro statické a dynamické zatěžování,
- kmitání soustav s tlumením i bez tlumení,
- úlohy stability (ztráta tvarové stability),
- vedení tepla a určení teplotní napjatosti,
- kontakt těles (rozložení stykového tlaku).

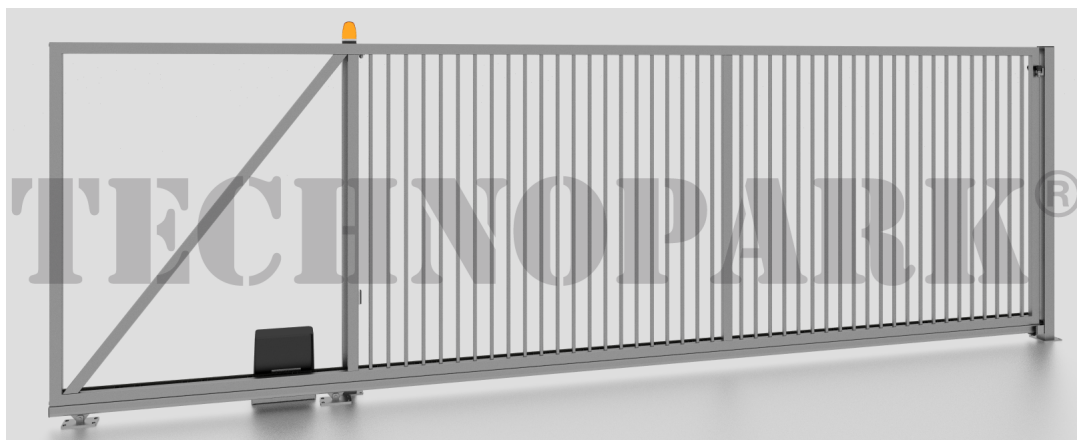
MKP funguje na jiném principu než analytické metody řešení. Při využívání analytického přístupu se využívá diferenciálního a integrálního počtu, MKP je oproti tomu založena na variačním počtu, hledá se minimum funkcionálu.

Funkcionál je zobrazení z množiny funkcí do množiny čísel. Funkcionál přiřazuje funkci na jejím definičním oboru nebo na části jejího definičního oboru nějakou číselnou hodnotu.

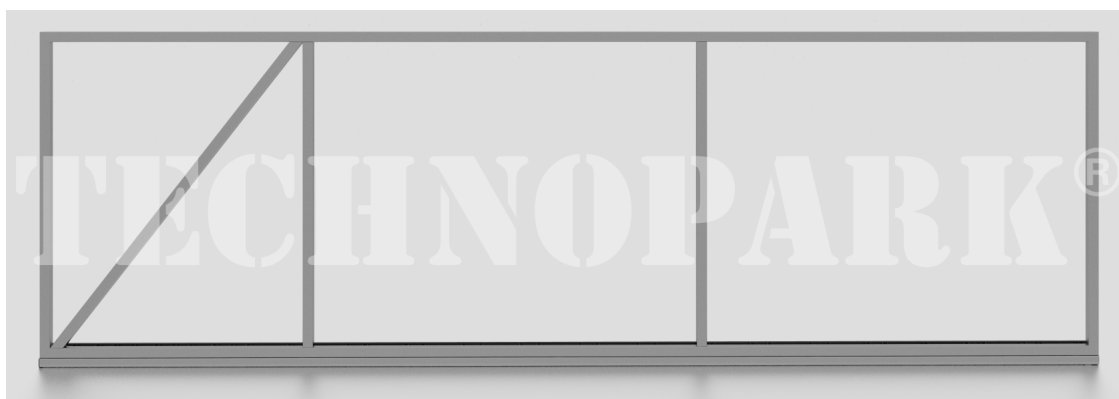
V případě výpočtů pružnosti je funkcionálem energie napjatosti, tj. práce spotřebovaná na deformaci tělesa. V případě pružné deformace, kdy se nezatížené těleso vrátí do původního stavu, je tato práce vratná.

2 Analytický výpočet

2.1 Model brány



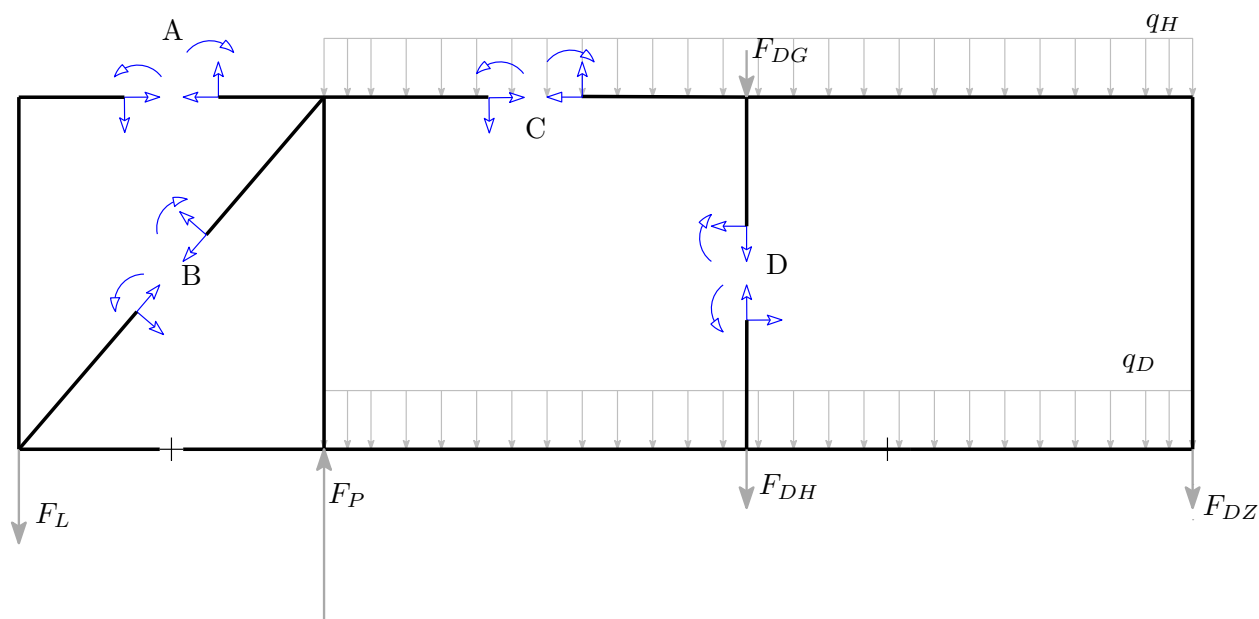
Obrázek 2: Samonosná posuvná brána s jeklovou výplní



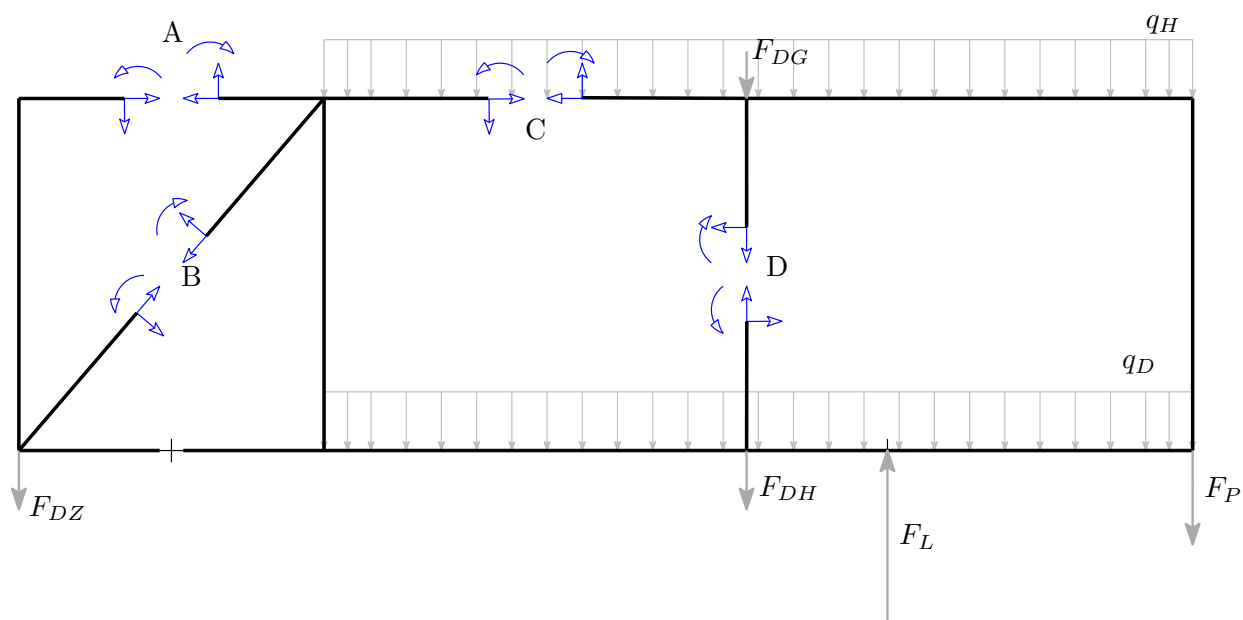
Obrázek 3: Rám samonosné posuvné brány

Rám brány je vyroben kromě spodní strany z obdélníkového jeklu, pro počítaný případ $60 \times 40 \times 3$, a spodní strana je vyrobena svařením obdélníkového jeklu a C profilu. Protože délka profilů je mnohem delší než jejich příčný průřez, lze je modelovat jako pruty. Brána je tedy modelována jako uzavřený rám. Aby bylo možné uzavřený rám řešit jako soustavu prutů, je třeba z uzavřeného rámu vytvořit rám otevřený. To se provede řezem a nahrazením vazby silami a ohybovým momentem. Na obrázcích (obrázek 4) a (obrázek 5) je zobrazen rám brány s dvěma poli zatížený vnějšími silami ¹ a s provedením řezů a jejich následným uvolněním. Rám brány s jedním polem je totožný kromě chybějícího jeklu mezi body G a H . Model je tudíž také stejný až na chybějící prut, a tudíž i řez v bodě D .

¹Brána je kromě zobrazeného zatížení namáhána také svou hmotností. Ve výpočtovém modelu je tato hmotnost počítána jako liniové zatížení působící směrem dolů po celé délce prutů. Hodnota liniového zatížení je pro obdélníkový jekl všude stejná, dolní strana je určena jako součet liniového zatížení působící na obdélníkový jekl a C profil. Toto zatížení není v modelu zobrazeno kvůli zachování přehlednosti.



Obrázek 4: Model zavřené brány



Obrázek 5: Model otevřené brány

Statický rozbor:

Provedení statického rozboru pro bránu se dvěma poli:

$$s = v - \mu$$

$$\mu = 3 \quad \text{jedná se o model v rovině}$$

$$v = 15 \quad \text{model pro bránu se 2 poli, 4× uzavřený rám}$$

$$s = 15 - 3 = 12$$

U brány s jedním polem je rám uzavřený 3× potom je $v = 12$

Model je tedy 12× vnitřně staticky neurčitý. Chybějící podmínky lze doplnit deformač-

ními podmínkami v řezech. Ze spojitosti posuvů a natočení plyne:

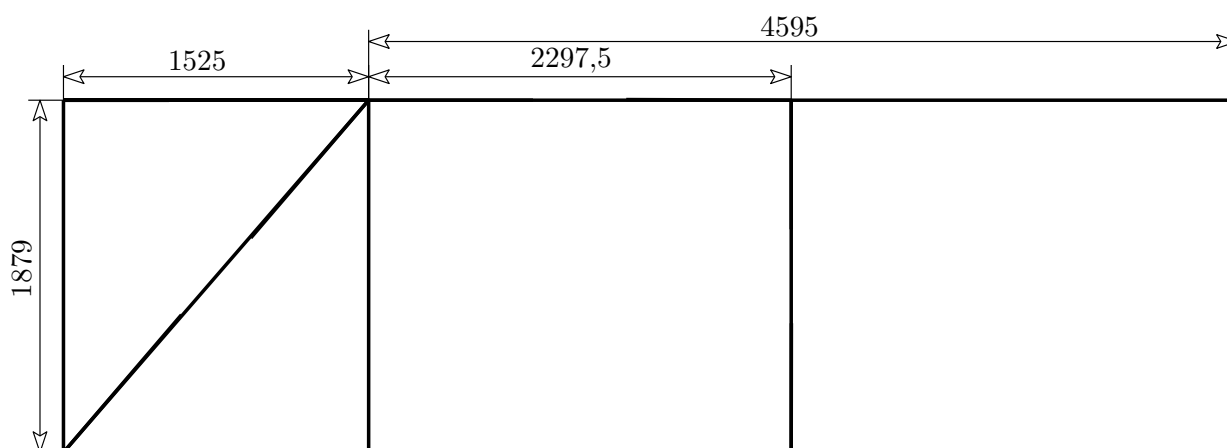
$$\frac{\partial W}{\partial N_A} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial T_A} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial M_{OA}} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial N_B} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial T_B} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial M_{OB}} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial N_C} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial T_C} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial M_{OC}} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial N_D} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial T_D} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial M_{OD}} = 0$$

2.2 Hodnoty pro počítaný model



Obrázek 6: Rozměry brány

Z uvedených rozměrů brány jsou parametry následující:

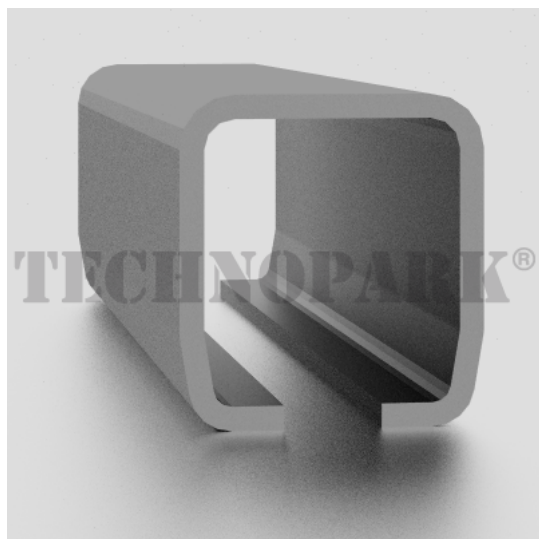
$$\begin{aligned} a &= 1,525 \text{ m} & b &= 4,495 \text{ m} & c &= 1,879 \text{ m} \\ x_{1max} &= \frac{a}{2} = 0,7625 \text{ m} & x_{2max} &= c = 1,879 \text{ m} & x_{3max} &= \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{2} = 1,2099 \text{ m} \\ x_{4max} &= \frac{a}{2} = 0,7625 \text{ m} & x_{5max} &= \frac{a}{2} = 0,7625 \text{ m} & x_{6max} &= \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{2} = 1,20998 \text{ m} \\ x_{7max} &= \frac{b}{4} = 1,14875 \text{ m} & x_{8max} &= c = 1,879 \text{ m} & x_{9max} &= \frac{b}{4} = 1,14875 \text{ m} \\ x_{10max} &= \frac{c}{2} = 0,9395 \text{ m} & x_{11max} &= \frac{b}{2} = 2,2975 \text{ m} & x_{12max} &= c = 1,879 \text{ m} \\ x_{13max} &= a = 1,525 \text{ m} & x_{14max} &= \frac{b}{2} - a = 0,7725 \text{ m} & x_{15max} &= \frac{c}{2} = 0,9395 \text{ m} \\ x_{16max} &= \frac{b}{2} = 2,2975 \text{ m} & x_{17max} &= \frac{a}{2} = 0,7625 \text{ m} & \alpha &= \arctan \frac{c}{a} = 0,889 \text{ rad} \end{aligned}$$

Velikosti sil a liniového zatížení:

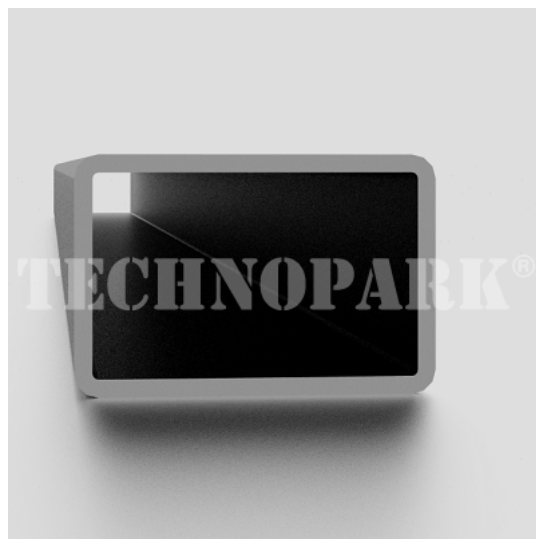
$$\begin{aligned} F_{DG} &= 0 \text{ N} & F_{DH} &= 0 \text{ N} & F_{DZ} &= 0 \text{ N} \\ n &= 53 \text{ Nm}^{-1} & q_D &= 120 \text{ Nm}^{-1} & q_H &= 120 \text{ Nm}^{-1} \\ m &= 43,5 \text{ Nm}^{-1} \text{ pro model z jecku } 60 \times 40 \times 3 \\ m &= 30,1 \text{ Nm}^{-1} \text{ pro model z jecku } 60 \times 40 \times 2 \end{aligned}$$

2.3 Charakteristiky průřezu

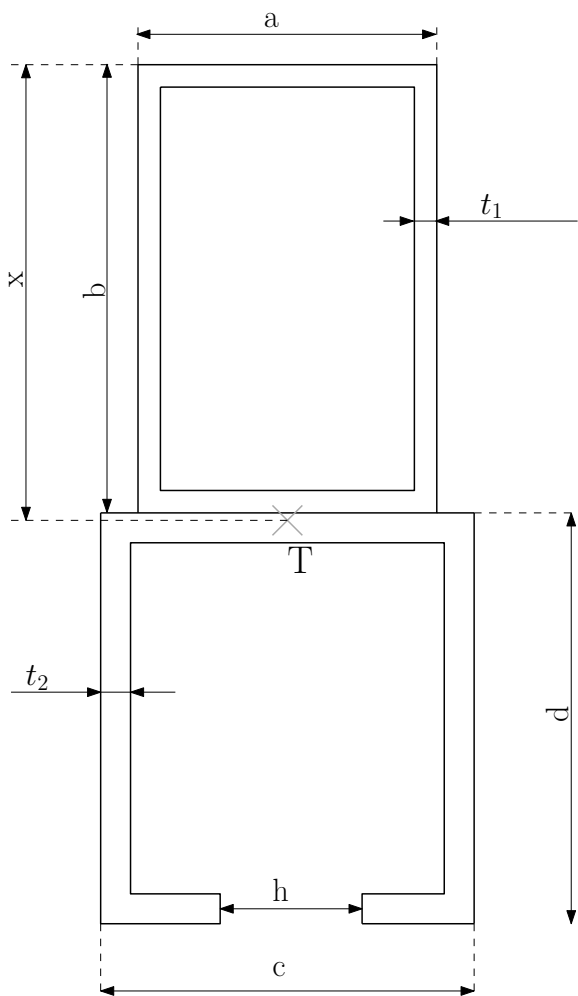
K určení energie napjatosti v prutu je potřeba určit kvadratický moment průřezu prutu. Pro zjednodušení jsou všechny průřezy uvažovány s ostrými hranami a pravými úhly mezi stěnami, zaoblení rohů a mírné zkosení u C profilu se zanedbává. U obdélníkového profilu lze kvadratický moment určit jako rozdíl dvou obdélníků, protože oba mají shodné těžiště. U obdélníkového jeklu spojeného s C profilem je třeba vypočítat těžiště celého průřezu, poté vypočítat kvadratické momenty jednotlivých obdélníkových částí průřezu a pomocí Steinerových vět určit jejich kvadratický moment k hlavnímu souřadnicovému systému.



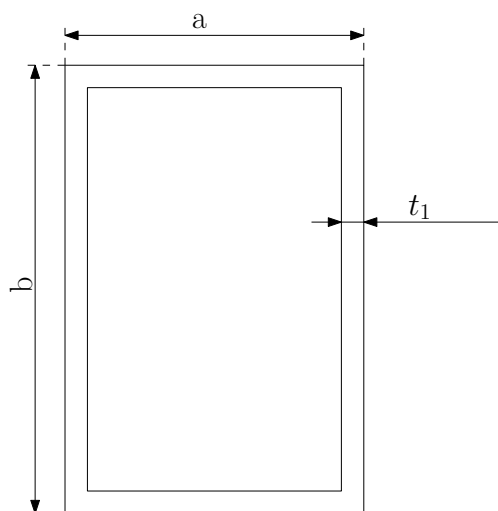
Obrázek 7: Spodní C profil



Obrázek 8: Profil brány



Obrázek 9: Obélníkový jekl a C-profil



Obrázek 10: Obdélníkový jekl

2.3.1 Těžiště

Pomocí lineárního momentu se vyjádří vzdálenost osy procházející těžištěm od horní strany jeklu jako: ²

$$x = \frac{\frac{d_p}{2} \cdot (a_p \cdot b_p - (a_p - 2t_1) \cdot (b_p - 2t_1)) + (b_p + \frac{d_p}{2}) \cdot (c_p \cdot d_p - (c_p - 2t_2) \cdot (d_p - 2t_2)) - (b_p + d_p - \frac{t_2}{2})(h \cdot t_2)}{(a_p \cdot b_p - (a_p \cdot b_p - (a_p - 2t_1) \cdot (b_p - 2t_1)) + (c_p \cdot d_p - (c_p - 2t_2) \cdot (d_p - 2t_2)) - (h \cdot t_2))}$$

$$x = 60,143$$

2.3.2 Kvadratický moment

Kvadratický moment obdélníkového jeklu:

$$J_1 = \frac{a_p \cdot b_p^3 - (a_p - 2t_1) \cdot (b_p - 2t_1)^3}{12}$$

Kvadratický moment obdélníkového jeklu s C profilem lze určit jako součet kvadratického momentu obdélníkového jeklu a C profilu vztaženého k hlavnímu souřadnicovému

²Všechny rovnice jsou řešeny v programu Maple.
Informace k programu Maple byly čerpány ze zdroje [5].

systému celého průřezu. Pro zjednodušení výpočtu (není nutné určovat těžiště samotného C profilu) jsou přepočítávány jednotlivé obdélníkové části průřezu C profilu přímo k výslednému těžišti, neurčuje se tedy kvadratický moment C profilu jako celku, ale pouze jeho částí.

$$J_2 = J_1 + \left(x - \frac{b_p}{2}\right)^2 \cdot (a_p \cdot b_p^3 - (a_p - 2t_1) \cdot (b_p - 2t_1)) + \frac{c_p \cdot d_p^3 - (c_p - 2t_2) \cdot (d_p - 2t_2)^3}{12} \\ + \left(b_p + \frac{d_p}{2} - x\right)^2 \cdot (c_p \cdot d_p - (c_p - 2t_2) \cdot (d_p - 2t_2)) - h \cdot t_2^3 - \left(b_p + d_p - \frac{t_2}{2} - x\right)^2 \cdot (h \cdot t_2)$$

Pro profil $60 \times 40 \times 3$ a C profil CP444, jsou výchozí hodnoty:

$$a_p = 60 \text{ mm}$$

$$b_p = 40 \text{ mm}$$

$$c_p = 50 \text{ mm}$$

$$d_p = 55 \text{ mm}$$

$$h = 20 \text{ mm}$$

$$t_1 = 3 \text{ mm}$$

$$t_2 = 4 \text{ mm}$$

A následně charakteristiky příčného průřezu:

$$x = 60,143 \text{ mm}$$

$$J_1 = 2,739 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^4$$

$$J_2 = 1,472 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^4$$

2.4 VVÚ

2.4.1 Určení sil ve vazbách

Zavřená s jedním polem:

$$F_L = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{b^2 \cdot (2m + n)}{2} - \frac{a^2 \cdot (2m + n)}{2} + b \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) \right. \\ \left. - a \cdot c \cdot m - \frac{a}{2} \sqrt{a^2 + c^2} \cdot m + \frac{b}{2} \cdot (b \cdot (q_D + q_H) + F_{DG} + F_{DH}) \right) \\ = 2635,76 \text{ N}$$

$$F_P = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{(a + b)^2 \cdot (2m + n)}{2} + (a + b) \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) + a \cdot c \cdot m \right. \\ \left. + \frac{a}{2} \sqrt{a^2 + c^2} \cdot m + \left(a + \frac{b}{2}\right) \cdot (b \cdot (q_D + q_H) + F_{DG} + F_{DH}) \right) \\ = 4945,84 \text{ N}$$

Zavřená se dvěma poli:

$$\begin{aligned}
 F_L &= \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{b^2 \cdot (2m + n)}{2} - \frac{a^2 \cdot (2m + n)}{2} + b \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) \right. \\
 &\quad \left. - a \cdot c \cdot m - \frac{a}{2} \sqrt{a^2 + c^2} \cdot m + \frac{b}{2} \cdot (c \cdot m + b \cdot (q_D + q_H) + F_{DG} + F_{DH}) \right) \\
 &= 2758,90 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_P &= \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{(a + b)^2 \cdot (2m + n)}{2} + (a + b) \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) + a \cdot c \cdot m \right. \\
 &\quad \left. + \frac{a}{2} \sqrt{a^2 + c^2} \cdot m + (a + \frac{b}{2}) \cdot (c \cdot m + b \cdot (q_D + q_H) + F_{DG} + F_{DH}) \right) \\
 &= 5150,72 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Otevřená s jedním polem:

$$\begin{aligned}
 F_L &= \frac{1}{a} \cdot \left(-\frac{b^2 \cdot (2m + n + q_D + q_H)}{2} + \frac{b}{2} \cdot (F_{DG} + F_{DH}) + \left(\frac{a}{2} + b\right) \cdot (a \cdot (2m + n) \right. \\
 &\quad \left. + (\sqrt{a^2 + c^2} \cdot m)) + (a + b) \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) + b \cdot c \cdot m \right) \\
 &= 4324,77 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_P &= \frac{1}{a} \cdot \left(-\frac{a^2 \cdot (2m + n + q_D + q_H)}{2} - a \cdot c \cdot m + b \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) + (b - a) \cdot c \cdot m \right. \\
 &\quad \left. + (b - \frac{a}{2}) \cdot (\sqrt{a^2 + c^2} \cdot m + 2 \cdot a \cdot m + a \cdot n) + \frac{(b - a)^2 \cdot (2m + n + q_D + q_H)}{2} \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{b}{2} - a\right) \cdot (F_{DG} + F_{DH}) \right) \\
 &= 2014,69 \text{ N}
 \end{aligned}$$

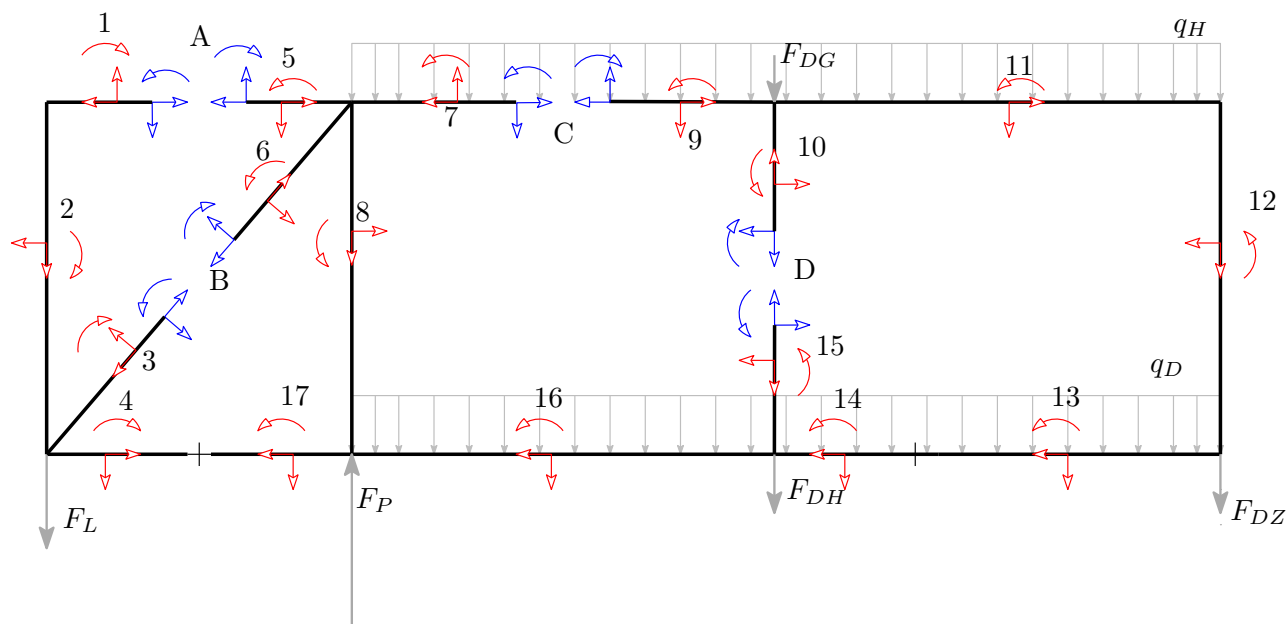
Otevřená se dvěma poli:

$$\begin{aligned}
 F_L &= \frac{1}{a} \cdot \left(-\frac{b^2 \cdot (2m + n + q_D + q_H)}{2} + \frac{b}{2} \cdot (F_{DG} + F_{DH} + c \cdot m) + \left(\frac{a}{2} + b\right) \cdot (a \cdot (2m + n) \right. \\
 &\quad \left. + (\sqrt{a^2 + c^2} \cdot m)) + (a + b) \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) + b \cdot c \cdot m \right) \\
 &= 4447,91 \text{ N}
 \end{aligned}$$

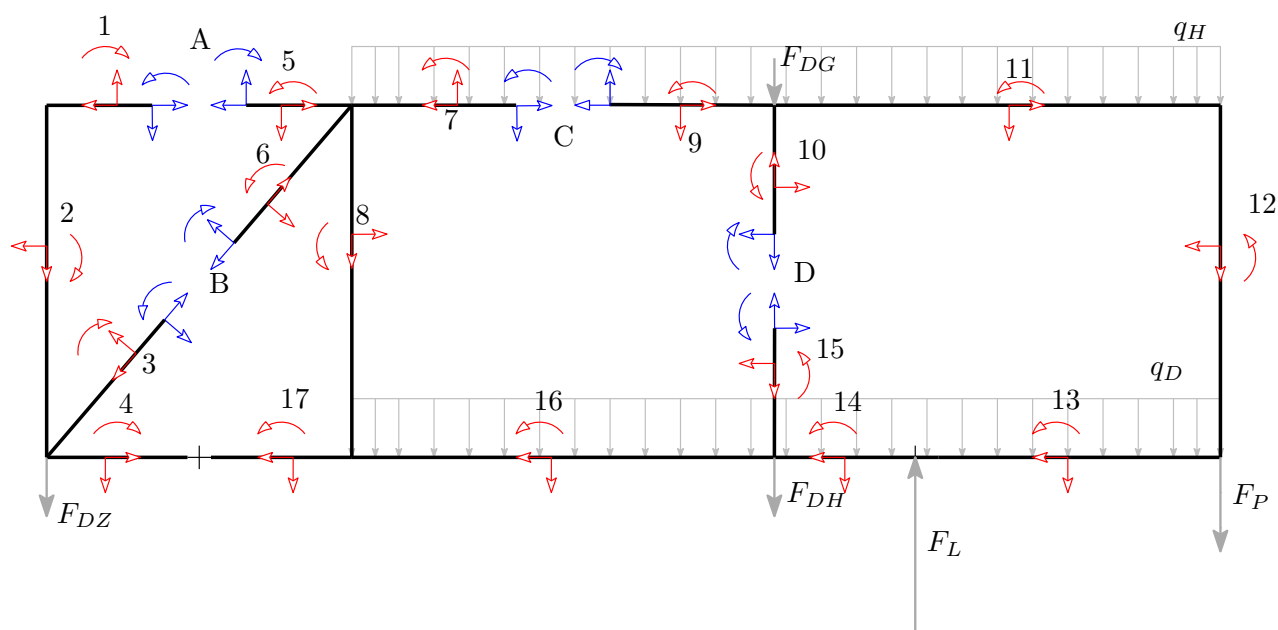
$$\begin{aligned}
 F_P &= \frac{1}{a} \cdot \left(-\frac{a^2 \cdot (2m + n + q_D + q_H)}{2} - a \cdot c \cdot m + b \cdot (c \cdot m + F_{DZ}) + (b - a) \cdot c \cdot m \right. \\
 &\quad \left. + (b - \frac{a}{2}) \cdot (\sqrt{a^2 + c^2} \cdot m + 2 \cdot a \cdot m + a \cdot n) + \frac{(b - a)^2 \cdot (2m + n + q_D + q_H)}{2} \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{b}{2} - a\right) \cdot (F_{DG} + F_{DH} + c \cdot m) \right) \\
 &= 2056,10 \text{ N}
 \end{aligned}$$

2.4.2 Určení rovnic VVÚ

VVU jsou určovány postupně na úsecích 1 až 17 podle výchozího modelu brány. Uvedené rovnice jsou funkcemi x na daném úseku, přičemž x nabývá hodnoty 0 až x_{max} , tj. celková délka úseku. Pro úseky, na které působí silou a momentem předchozí úsek, je za toto působení dosazena funkční hodnota VVÚ předchozího úseku v $x = x_{max}$, tj. funkční hodnota VVÚ v bodě dotyku těchto úseků.



Obrázek 11: VVÚ zavřené brány



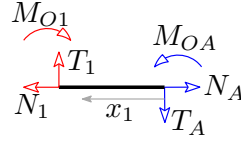
Obrázek 12: VVÚ otevřené brány

Úsek 1:

$$N_1 = N_A$$

$$T_1 = T_A + m \cdot x_1$$

$$M_{O1} = M_{OA} - T_A \cdot x_1 - \frac{m \cdot x_1^2}{2}$$



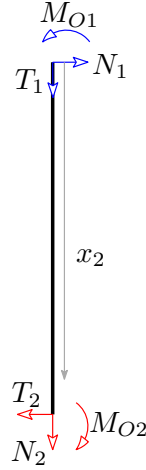
Obrázek 13: Uvolnění 1

Úsek 2:

$$N_2 = -T_1 - m \cdot x_2$$

$$T_2 = N_2$$

$$M_{O2} = M_{O1} - N_1 \cdot x_2$$



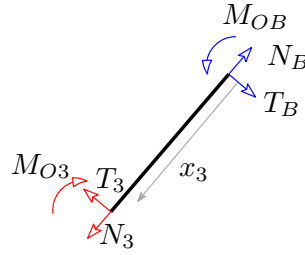
Obrázek 14: Uvolnění 2

Úsek 3:

$$N_3 = N_B - m \cdot x_3 \cdot \sin \alpha$$

$$T_3 = T_B + m \cdot x_3 \cdot \cos \alpha$$

$$M_{O2} = M_{OB} - T_B \cdot x_3 - \frac{m \cdot x_3^2 \cdot \cos \alpha}{2}$$



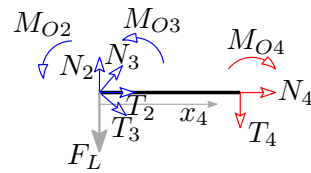
Obrázek 15: Uvolnění 3

Úsek 4 pro zavřenou:

$$N_4 = -T_2 - N_3 \cdot \cos \alpha + T_3 \cdot \sin \alpha$$

$$T_4 = -F_L + N_2 + N_3 \cdot \sin \alpha - T_3 \cdot \cos \alpha - (m + n) \cdot x_4$$

$$M_{O4} = M_{O2} + M_{O3} + (F_L - N_2) \cdot x_4 + \frac{(m+n) \cdot x_4^2}{2} + (-N_3 \cdot \sin \alpha + T_3 \cdot \cos \alpha) \cdot x_4$$



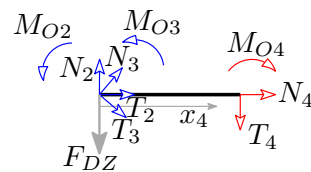
Obrázek 16: Uvolnění 4 Z

Úsek 4 pro otevřenou:

$$N_4 = -T_2 - N_3 \cdot \cos \alpha + T_3 \cdot \sin \alpha$$

$$T_4 = -F_{DZ} + N_2 + N_3 \cdot \sin \alpha - T_3 \cdot \cos \alpha - (m + n) \cdot x_4$$

$$M_{O4} = M_{O2} + M_{O3} + (F_{DZ} - N_2) \cdot x_4 + \frac{(m+n) \cdot x_4^2}{2} + (-N_3 \cdot \sin \alpha + T_3 \cdot \cos \alpha) \cdot x_4$$



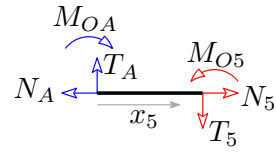
Obrázek 17: Uvolnění 4 O

Úsek 5:

$$N_5 = N_A$$

$$T_5 = T_A - m \cdot x_5$$

$$M_{O5} = M_{OA} - \frac{m \cdot x_5^2}{2} + T_A \cdot x_5$$



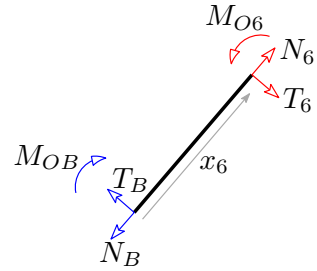
Obrázek 18: Uvolnění 5

Úsek 6:

$$N_6 = N_B + m \cdot x_6 \cdot \sin \alpha$$

$$T_6 = T_B - m \cdot x_6 \cdot \cos \alpha$$

$$M_{O6} = M_{OB} + T_B \cdot x_6 - \frac{m \cdot x_6^2 \cdot \cos \alpha}{2}$$



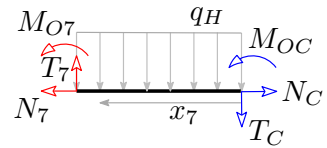
Obrázek 19: Uvolnění 6

Úsek 7:

$$N_7 = N_C$$

$$T_7 = T_C + m \cdot x_7 + q_H \cdot x_7$$

$$M_{O7} = -M_{OC} + T_C \cdot x_7 + \frac{m \cdot x_7^2}{2} + \frac{q_H \cdot x_7^2}{2}$$



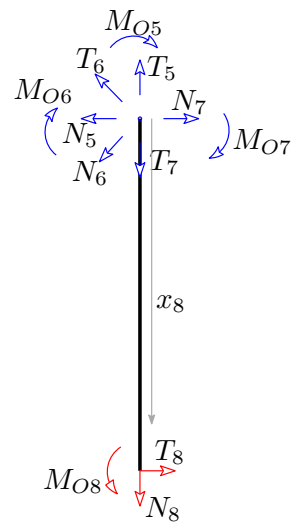
Obrázek 20: Uvolnění 7

Úsek 8:

$$N_8 = T_5 + T_6 \cdot \cos \alpha - N_6 \cdot \sin \alpha - T_7 - m \cdot x_8$$

$$T_8 = N_5 + N_6 \cdot \cos \alpha + T_6 \cdot \sin \alpha - N_7$$

$$M_{O3} = M_{O5} + M_{O6} + M_{O7} + (-N_5 - N_6 \cdot \cos \alpha - T_6 \cdot \sin \alpha + N_7) \cdot x_8$$



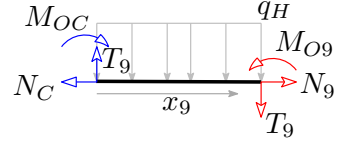
Obrázek 21: Uvolnění 8

Úsek 9:

$$N_9 = N_C$$

$$T_9 = T_C - (m + q_H) \cdot x_9$$

$$M_{O9} = M_{OC} + T_C \cdot x_9 - \frac{(m+q_H) \cdot x_9^2}{2}$$



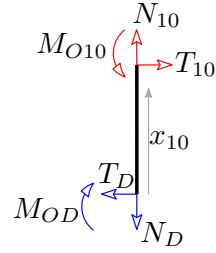
Obrázek 22: Uvolnění 9

Úsek 10 se dvěma poli:

$$N_{10} = N_D + m \cdot x_{10}$$

$$T_{10} = T_D$$

$$M_{O10} = M_{OD} + T_D \cdot x_{10}$$



Obrázek 23: Uvolnění 10

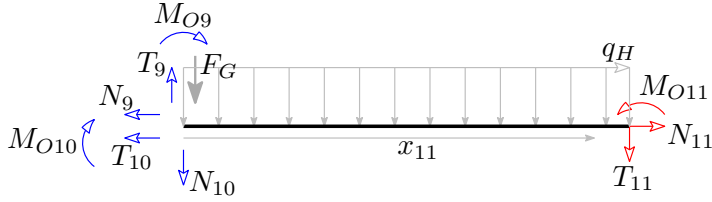
Úsek 10 s jedním polem:

$$N_{10} = 0$$

$$T_{10} = 0$$

$$M_{O10} = 0$$

Úsek 11:



Obrázek 24: Uvolnění 11

$$N_{11} = N_9 + T_{10}$$

$$T_{11} = T_9 - N_{10} - F_{DG} - (m + q_H) \cdot x_{11}$$

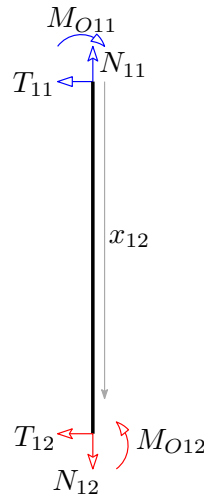
$$M_{O11} = M_{O9} + M_{10} + (T_9 - N_{10} - F_{DG}) \cdot x_{11} - \frac{(m+q_H) \cdot x_{11}^2}{2}$$

Úsek 12:

$$N_{12} = T_{12} - m \cdot x_{12}$$

$$T_{12} = -N_{11}$$

$$M_{O12} = M_{O11} - N_{11} \cdot x_{12}$$



Obrázek 25: Uvolnění 12

Úsek 13 pro zavřenou:

$$N_{13} = T_{12}$$

$$T_{13} = N_{12} - F_{DZ} - (m + n + q_D) \cdot x_{13}$$

$$M_{O13} = M_{O12} + (F_{DZ} - N_{12}) \cdot x_{13} + \frac{(m+n+q_D) \cdot x_{13}^2}{2}$$

Úsek 13 pro otevřenou:

$$N_{13} = T_{12}$$

$$T_{13} = N_{12} - F_P - (m + n + q_D) \cdot x_{13}$$

$$M_{O13} = M_{O12} + (F_P - N_{12}) \cdot x_{13} + \frac{(m+n+q_D) \cdot x_{13}^2}{2}$$

Úsek 14 pro zavřenou:

$$N_{14} = N_{13}$$

$$T_{14} = T_{13} - (m + n + q_D) \cdot x_{14}$$

$$M_{O14} = M_{O13} - T_{13} \cdot x_{14} + \frac{(m+n+q_D) \cdot x_{14}^2}{2}$$

Úsek 14 pro otevřenou:

$$N_{14} = N_{13}$$

$$T_{14} = T_{13} + F_L - (m + n + q_D) \cdot x_{14}$$

$$M_{O14} = M_{O13} - (F_L + T_{13}) \cdot x_{14} + \frac{(m+n+q_D) \cdot x_{14}^2}{2}$$

Úsek 15 se dvěma poli:

$$N_{15} = N_D - m \cdot x_{16}$$

$$T_{15} = T_D$$

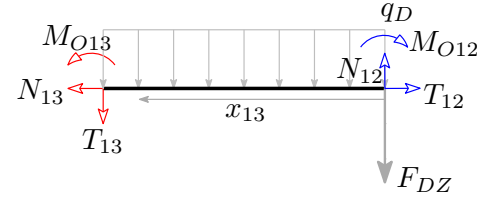
$$M_{O15} = -M_{OD} + T_D \cdot x_{16}$$

Úsek 15 s jedním polem:

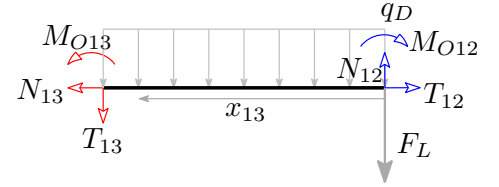
$$N_{15} = 0$$

$$T_{15} = 0$$

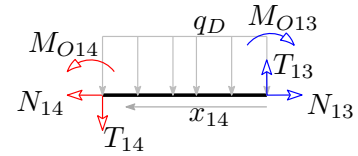
$$M_{O15} = 0$$



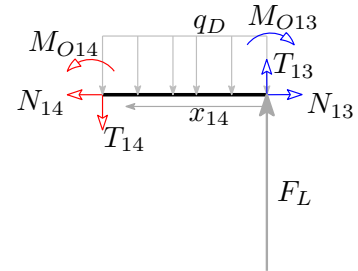
Obrázek 26: Uvolnění 13 Z



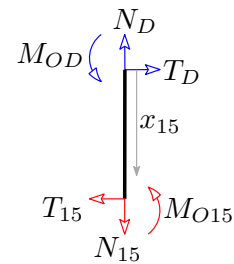
Obrázek 27: Uvolnění 13 O



Obrázek 28: Uvolnění 14 Z

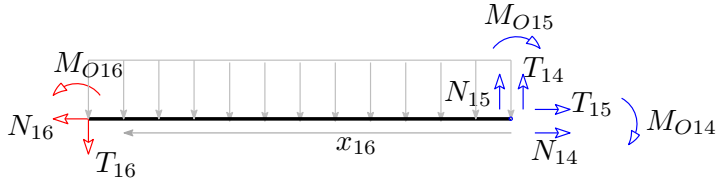


Obrázek 29: Uvolnění 14 O



Obrázek 30: Uvolnění 15

Úsek 16:



Obrázek 31: Uvolnění 16

$$N_{16} = N_{14} + T_{15}$$

$$T_{16} = T_{14} - F_{DH} - (m + n + q_D) \cdot x_{16} + N_{15}$$

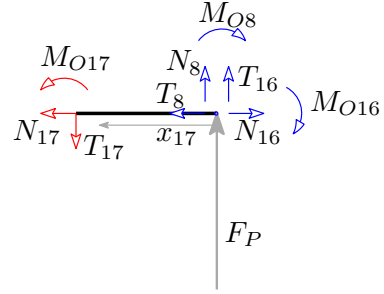
$$M_{O16} = M_{O14} + M_{O15} + (F_{DH} - T_{14} - N_{16}) \cdot x_{16} + \frac{(m+n+q_D) \cdot x_{16}^2}{2}$$

Úsek 17 pro zavřenou:

$$N_{17} = -T_8 + N_{16}$$

$$T_{17} = N_8 + T_{16} + F_P - (m + n) \cdot x_{17}$$

$$M_{O17} = M_{O8} + M_{O16} + (-N_8 - F_P - T_{16}) \cdot x_{17} + \frac{(m+n) \cdot x_{17}^2}{2}$$



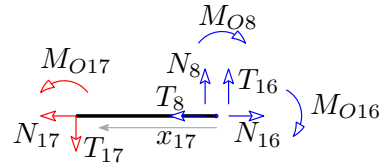
Obrázek 32: Uvolnění 17 Z

Úsek 17 pro otevřenou:

$$N_{17} = -T_8 + N_{16}$$

$$T_{17} = N_8 + T_{16} - (m + n) \cdot x_{17}$$

$$M_{O17} = M_{O8} + M_{O16} + (-N_8 - T_{16}) \cdot x_{17} + \frac{(m+n) \cdot x_{17}^2}{2}$$



Obrázek 33: Uvolnění 17 O

2.4.3 Deformační podmínky

Deformační podmínky v řezu A

$$\frac{\partial W}{\partial N_A} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial N_A} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_A} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial T_A} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{OA}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial M_{OA}} dx = 0$$

Deformační podmínky v řezu B

$$\frac{\partial W}{\partial N_B} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial N_B} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_B} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial T_B} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{OB}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial M_{OB}} dx = 0$$

Deformační podmínky v řezu C

$$\frac{\partial W}{\partial N_C} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial N_C} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_C} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial T_C} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{OC}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial M_{OC}} dx = 0$$

Deformační podmínky v řezu D

$$\frac{\partial W}{\partial N_D} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial N_D} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial T_D} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial T_D} dx = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial M_{OD}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial M_{OD}} dx = 0$$

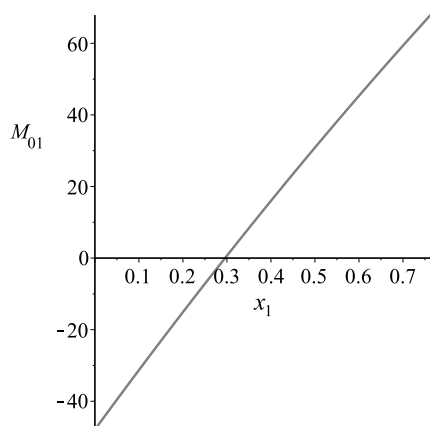
2.4.4 Síly a ohybový moment v řezech

Vyřešením předchozí soustavy rovnic se určí síly a ohybový moment v řezech:

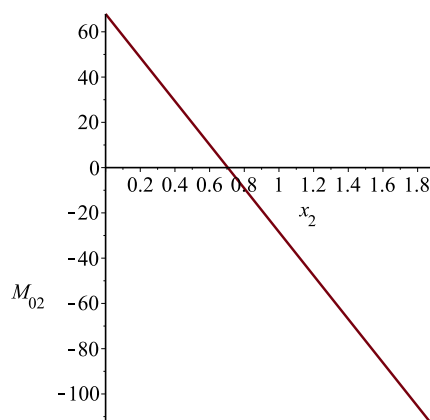
Zavřená	1 pole			2 pole			
bod	N [N]	T [N]	M_o [Nm]	bod	N [N]	T [N]	M_o [Nm]
A	139,13	-264,70	-84,58	A	96,32	-168,49	-47,93
B	1646,84	-54,86	-69,54	B	2318,67	-23,41	-43,72
C	661,68	459,73	-241,75	C	1207,45	389,88	-10,34
				D	-324,55	-803,58	61,36
Otevřená	1 pole			2 pole			
bod	N [N]	T [N]	M_o [Nm]	bod	N [N]	T [N]	M_o [Nm]
A	-8,40	-150,66	-74,60	A	-48,24	70,17	29,72
B	1018,36	-128,20	-15,40	B	893,59	10,76	29,66
C	538,66	306,62	-24,61	C	663,73	-290,29	-9,23
				D	-1126,19	-9,51	-72,35

2.4.5 Ohybový moment

Následující grafy jsou pro lepší viditelnost upraveny na stejnou velikost, aby byl zřejmý průběh ohybového momentu po střednici. Zobrazené grafy přísluší zavřené bráně se dvěma poli.

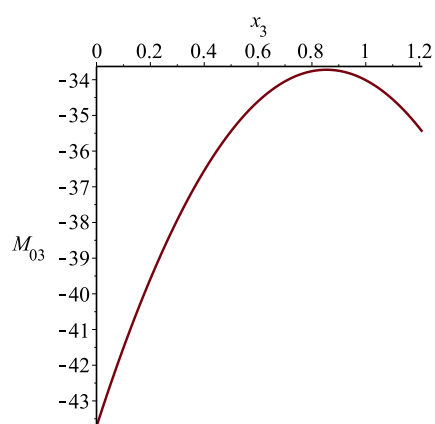


Graf. 1: Ohybový moment 1

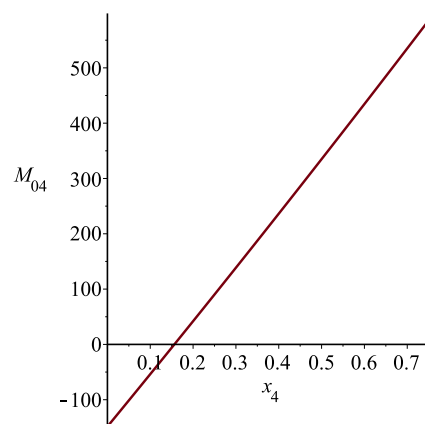


Graf. 2: Ohybový moment 2

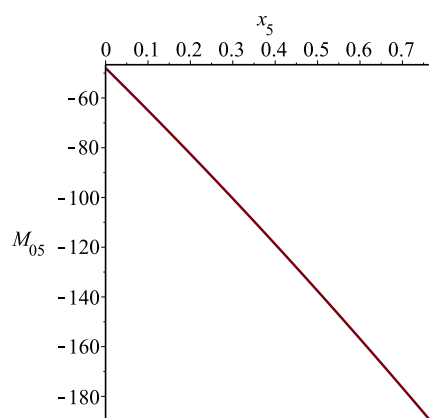
²Všechny grafy jsou vyjádření ohybového momentu v Newton metrech v závislosti na vzdálenosti v metrech od počátku jednotlivých úseků.



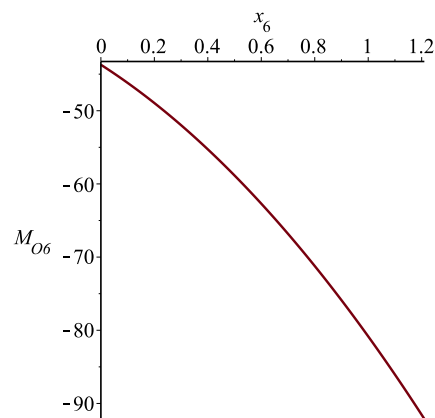
Graf. 3: Ohybový moment 3



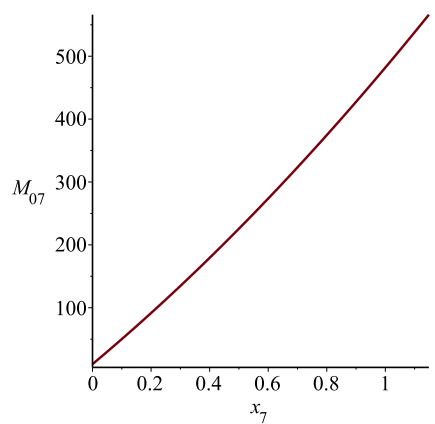
Graf. 4: Ohybový moment 4



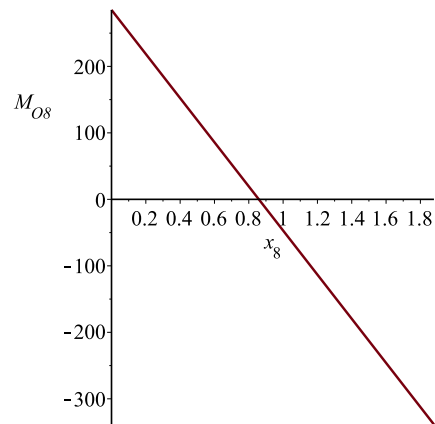
Graf. 5: Ohybový moment 5



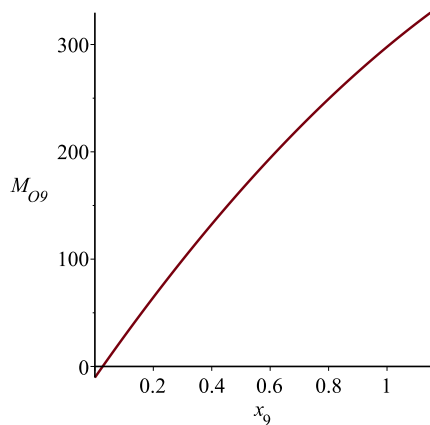
Graf. 6: Ohybový moment 6



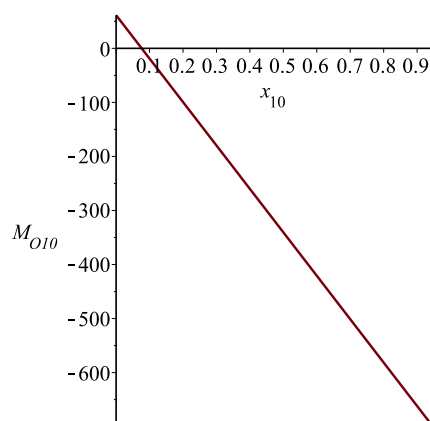
Graf. 7: Ohybový moment 7



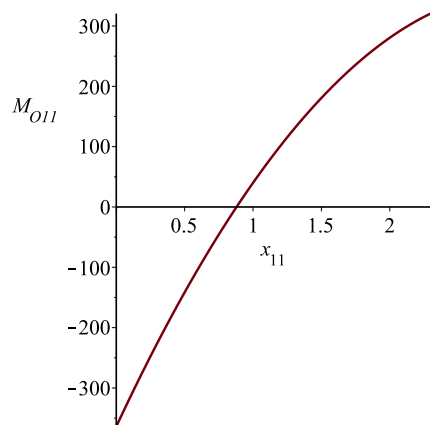
Graf. 8: Ohybový moment 8



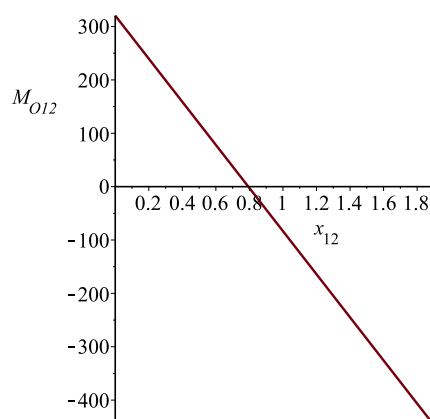
Graf. 9: Ohybový moment 9



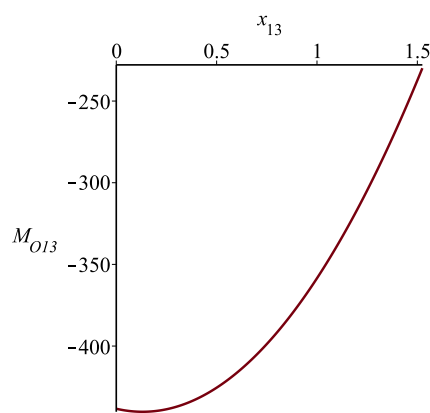
Graf. 10: Ohybový moment 10



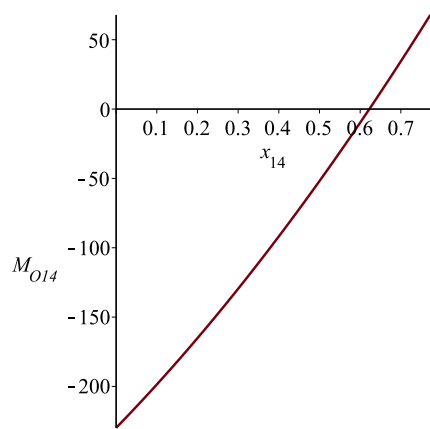
Graf. 11: Ohybový moment 11



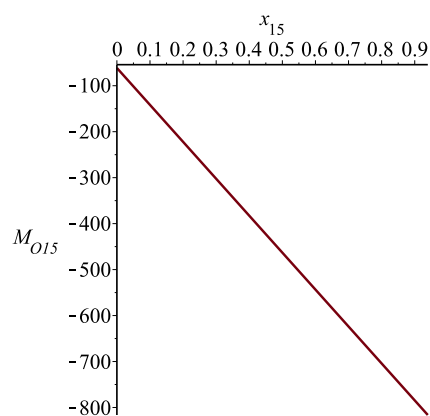
Graf. 12: Ohybový moment 12



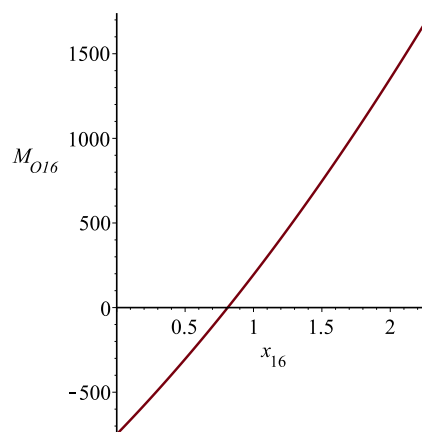
Graf. 13: Ohybový moment 13



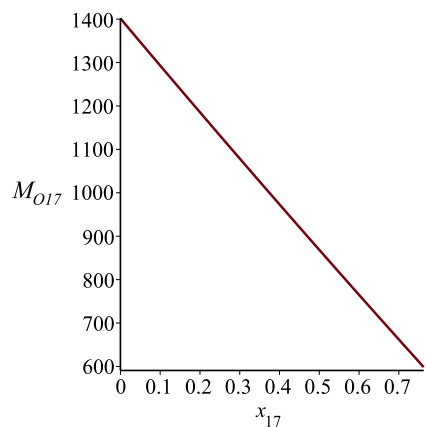
Graf. 14: Ohybový moment 14



Graf. 15: Ohybový moment 15



Graf. 16: Ohybový moment 16

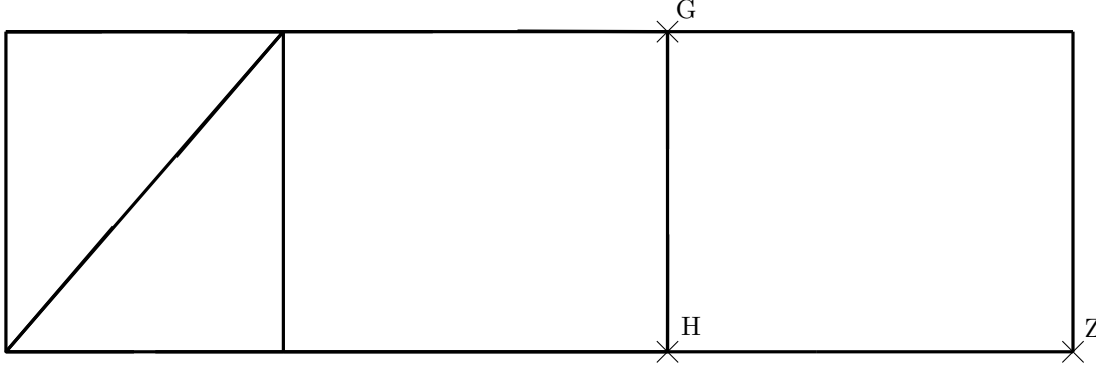


Graf. 17: Ohybový moment 17

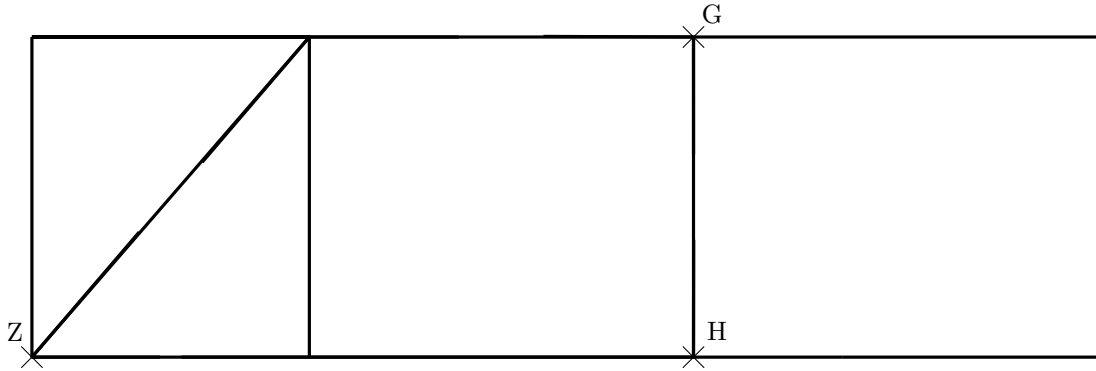
Z uvedených grafů je vidět, že největší ohybový moment působí pro část s C profilem na konci úseku číslo 16, viz Graf. 16. Hodnota ohybového momentu je $2266,19 \text{ Nm}$. Pro úsek bez C profilu je největší hodnota ohybového momentu $877,75 \text{ Nm}$ a to na konci úseku 7, viz Graf. 7.

2.4.6 Výpočet průhybů

V uvedeném obrázku jsou znázorněny body pro které se určuje posunutí, přičemž body G , H jsou neměnné a bod Z je pro model zavřené brány (obrázek 34) v pravém dolním rohu a pro model otevřené brány (obrázek 35) v levém dolním rohu.



Obrázek 34: Místa počítaných průhybů v zavřené bráně



Obrázek 35: Místa počítaných průhybů v otevřené bráně

Průhyb v působišti libovolné síly lze vypočítat pomocí Castiglianovy věty. K určení průhybů v bodě, ve kterém žádná síla nepůsobí, je nutné zavést doplňkovou sílu nulové velikosti. Proto jsou k určení průhybů v bodech G, H, Z zavedeny do modelu doplňkové síly F_{DG}, F_{DH}, F_{DZ} .

Rovnice pro výpočet průhybu v působišti sil F_{DG}, F_{DH}, F_{DZ} :

$$w_{DG} = \frac{\partial W}{\partial F_{DG}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial F_{DG}} dx$$

$$w_{DH} = \frac{\partial W}{\partial F_{DH}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial F_{DH}} dx$$

$$w_{DZ} = \frac{\partial W}{\partial F_{DZ}} = \sum_1^{17} \int_0^{x_{imax}} \frac{M_{Oi}}{2EJ_i} \frac{\partial M_{Oi}}{\partial F_{DZ}} dx$$

Výsledné hodnoty průhybů pro všechny modely a zatížení jsou uvedeny v kapitole 4 Zhodnocení, kde jsou porovnány s hodnotami určenými numerickým řešením.

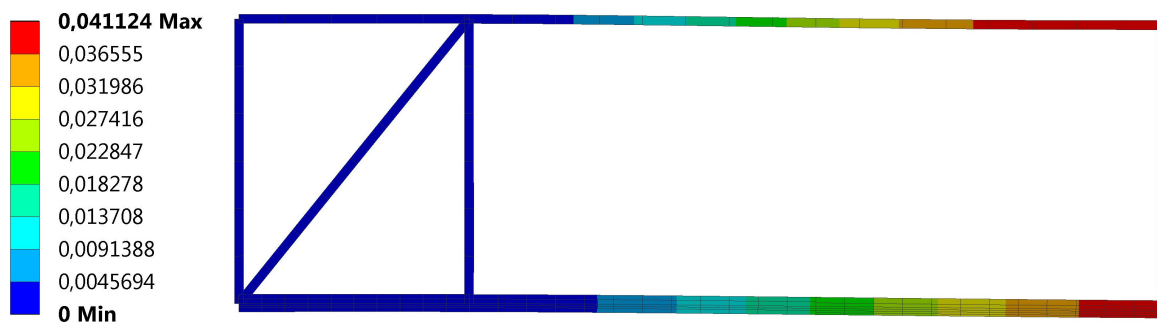
3 Numerické řešení

Numerické řešení je řešeno softwarem Ansys Workbench.¹ Modely bez výplně jsou vytvořeny přímo v prostředí Workbench. Síly a vazby jsou modelovány přesně tak, jak jsou uvažovány v analytickém výpočtovém modelu.

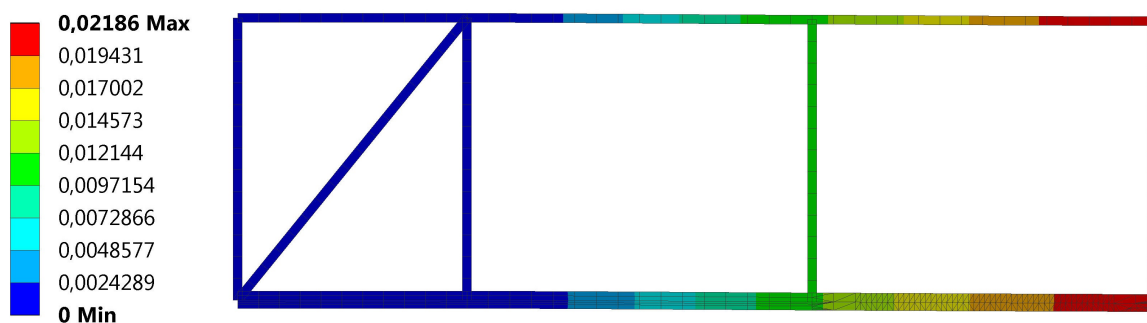
Sítování je použito adaptivní, tj. výchozí sítování Ansysu bez dalších změn. Pro zvýšení spolehlivosti a přesnosti výsledku by bylo vhodné provést zatížení nejprve pro hrubší sítování a to poté zpřesňovat. Rozdíl výsledků mezi dvěma posledními zjemněními sítě by se měl postupně zmenšovat. Podle rozdílu lze poté určit přesnost řešení. Protože řešení v Ansysu je pouze ověřující, je považováno výchozí sítování za dostatečně přesné.

3.1 Výplň jako liniové zatížení

Uvedené obrázky znázorňují celkovou deformaci brány, přičemž je průhyb vyjádřen v metrech. V této podkapitole jsou zobrazeny modely brány z profilu $60 \times 40 \times 3$ při liniovém zatížení $q_H = q_D = 120 \text{ Nm}^{-1}$. Hodnoty posuvů ve směru dolů v konkrétních bodech G , H a Z jsou vypsány v kapitole Zhodnocení, kde jsou porovnány s hodnotami získanými analytickým řešením.

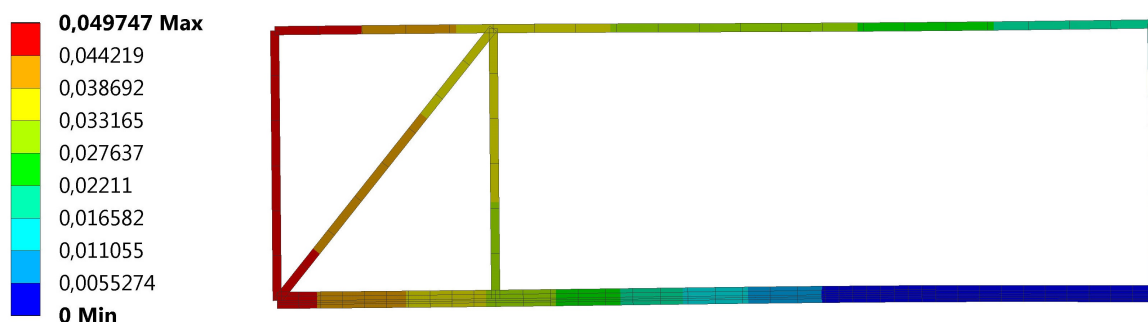


Obrázek 36: Celková deformace zavřené brány s jedním polem se zatížením $[m]$

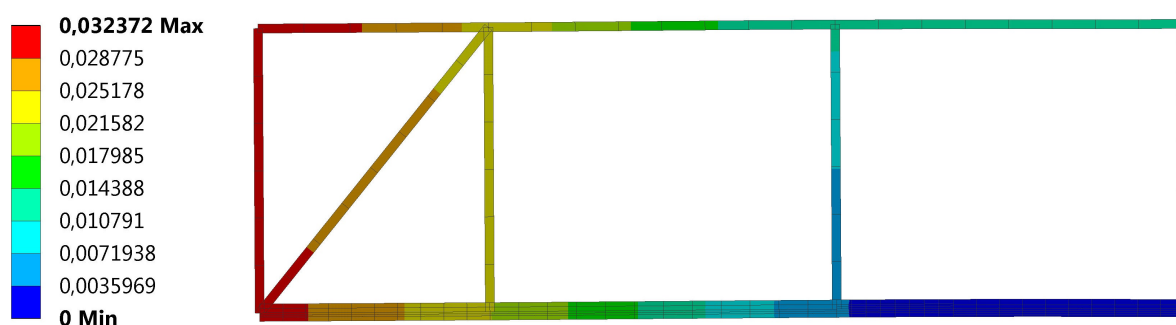


Obrázek 37: Celková deformace zavřené brány se dvěma poli se zatížením $[m]$

¹Informace k programu Ansys čerpány ze zdroje [1]



Obrázek 38: Celková deformace otevřené brány s jedním polem se zatížením [m]

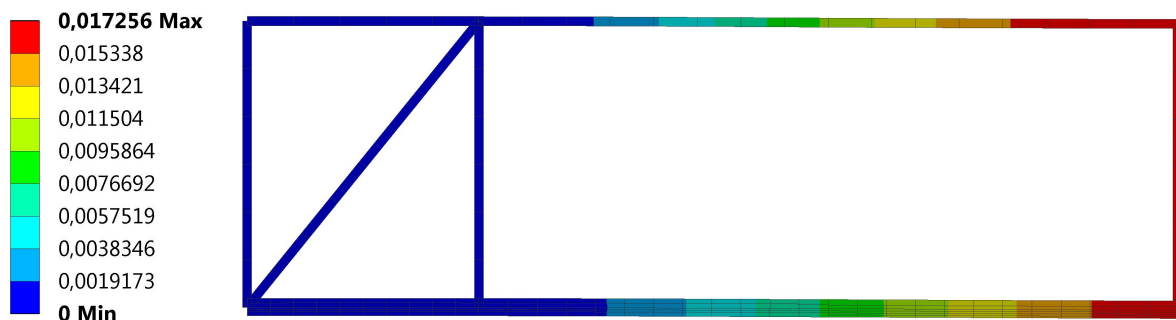


Obrázek 39: Celková deformace otevřené brány se dvěma poli se zatížením [m]

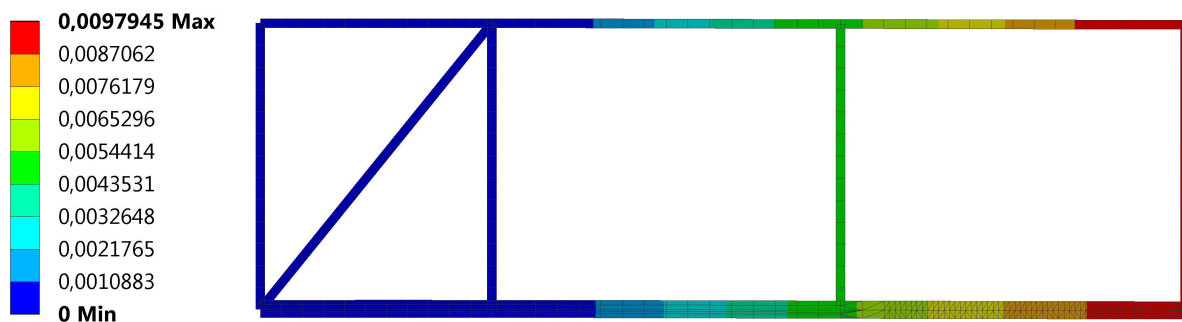
Modely byly vytvořeny ze dvou částí, první částí je dolní profil a druhou zbytek brány. První zmíněná část byla vytvořena vykreslením průřezu spojeného jaklu a C profilu a následně využitím funkce Extrude byl tento průřez vytažen do 3D tělesa. Pro zbytek brány byla vykreslena střednice a po ní vytažen profil. Tyto dvě části byly následně spojeny vhodnou vazbou. Z této geometrie byl vytvořen model, ke kterému bylo přidáno vhodné zatížení. Byly přidány dvě podpory, Fixed support, sloužící jako simulace koleček. Poté bylo přidáno jako náhrada hmotnosti výplně liniové zatížení. Celá brána byla poté vložena do gravitačního pole. K určení přesných průhybů v bodech G , H a Z bylo nutné přidat sledovaný bod, k tomu bylo využito funkce Probe. Nakonec byla vygenerována síť příkazem Mesh a byl spuštěn výpočet.

3.2 Bez liniového zatížení

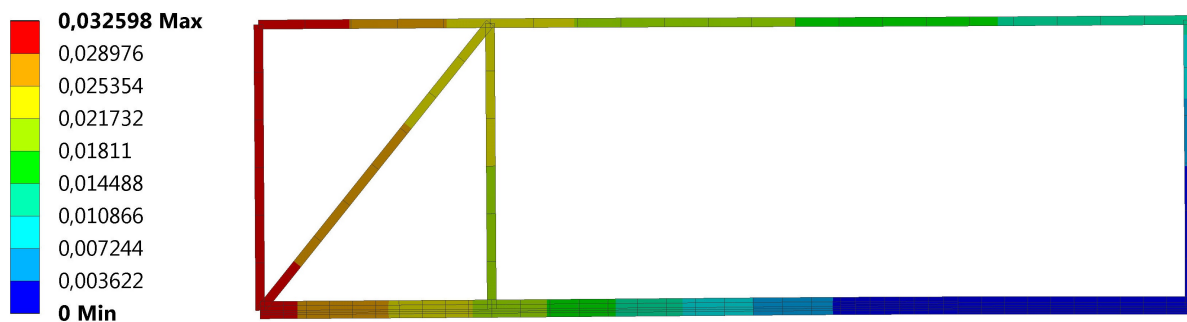
Uvedené obrázky znázorňují celkovou deformaci brány, přičemž je průhyb vyjádřen v metrech. V této podkapitole jsou zobrazeny modely brány z profilu $60 \times 40 \times 3$ bez liniového zatížení, tedy $q_H = q_D = 0 \text{ Nm}^{-1}$. Hodnoty posuvů ve směru dolů v konkrétních bodech G , H a Z jsou opět vypsány v kapitole Zhodnocení, kde jsou porovnány s hodnotami získanými analytickým řešením.



Obrázek 40: Celková deformace zavřené brány s jedním polem bez zatížení [m]

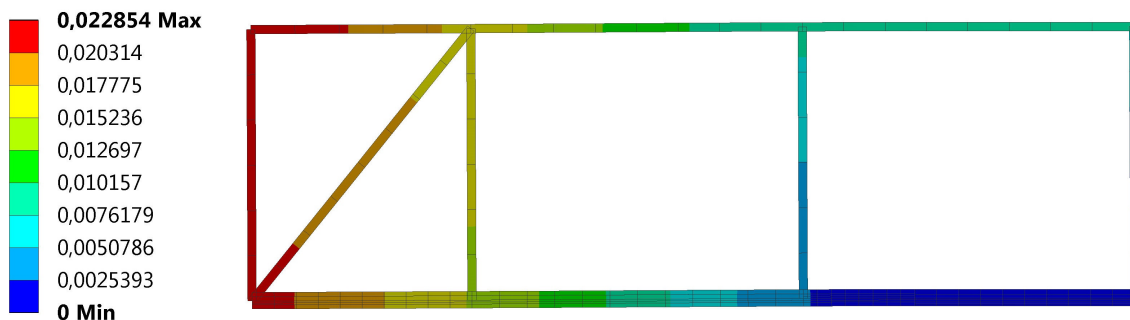


Obrázek 41: Celková deformace zavřené brány se dvěma poli bez zatížení [m]



Obrázek 42: Celková deformace otevřené brány s jedním polem bez zatížení [m]

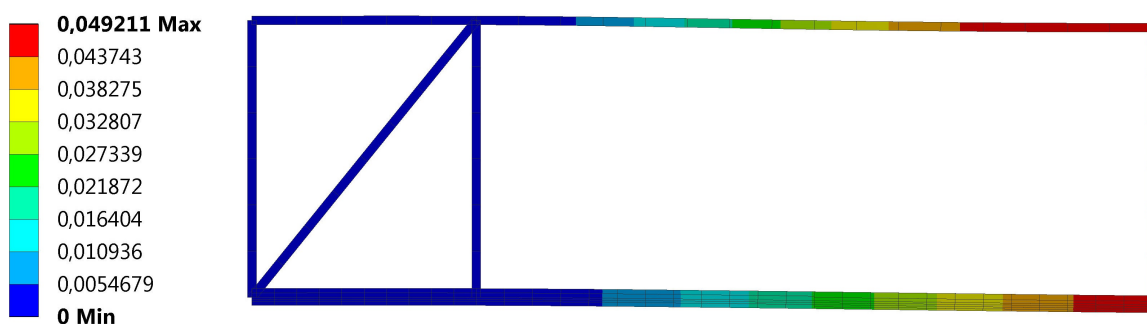
Oproti předchozím modelům bylo pouze odstraněno liniové zatížení. Ostatní parametry zůstaly stejné.



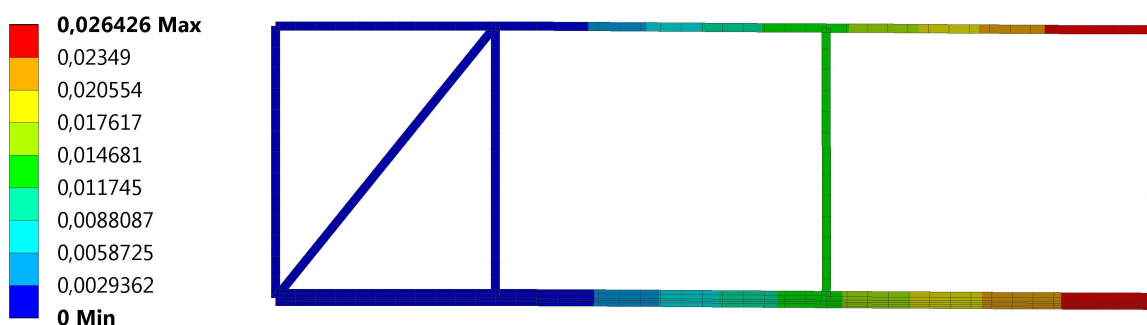
Obrázek 43: Celková deformace otevřené brány se dvěma poli bez zatížení [m]

3.3 Výplň jako liniové zatížení při tenčím profilu

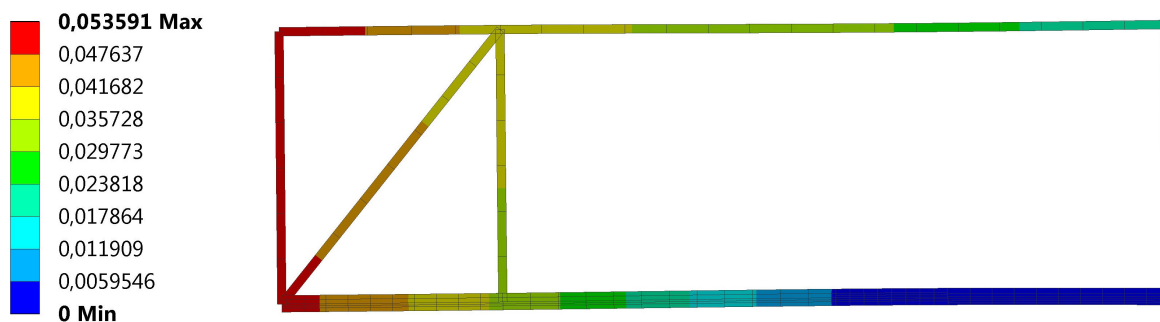
Uvedené obrázky znázorňují celkovou deformaci brány, přičemž je průhyb vyjádřen v metrech. V této podkapitole jsou zobrazeny modely brány z profilu $60 \times 40 \times 2$ při liniovém zatížení $q_H = q_D = 120 \text{ Nm}^{-1}$. Posuvy ve směru dolů jsou opět vypsány v kapitole Zhodnocení.



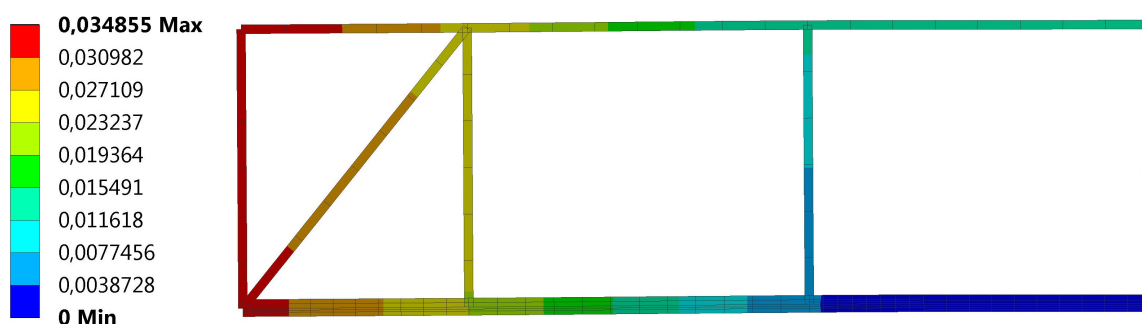
Obrázek 44: Celková deformace zavřené brány s jedním polem se zatížením a tenčím profilem [m]



Obrázek 45: Celková deformace zavřené brány se dvěma poli se zatížením a tenčím profilem [m]



Obrázek 46: Celková deformace otevřené brány s jedním polem se zatížením a tenčím profilem [m]

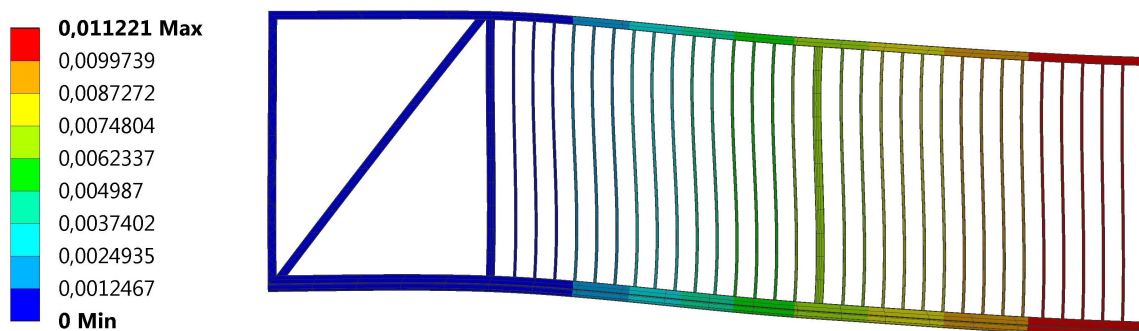


Obrázek 47: Celková deformace otevřené brány se dvěma poli se zatížením a tenčím profilem [m]

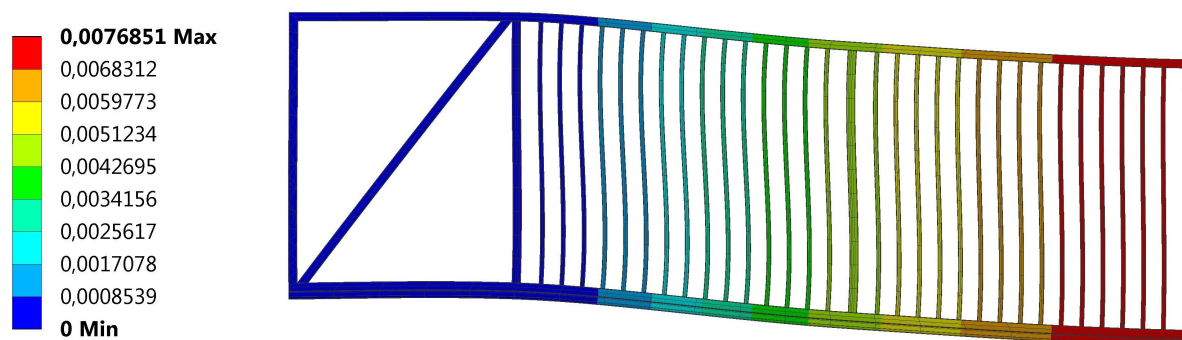
Pro modely brány s tenčím profilem bylo využito prvního modelu, bylo však nutné provést změnu již v geometrii modelu. Vytažený profil byl upraven z profilu $60 \times 40 \times 3$ na $60 \times 40 \times 2$. Dále bylo nutné změnit průřez spodního profilu. Po provedení změn byl vygenerován nový model. Protože se změnilly pouze tloušťky profilů a koncept modelu zůstal zachován, nebylo nutné znovu vkládat zatížení, to zůstalo stejné.

3.4 Modely s výplní

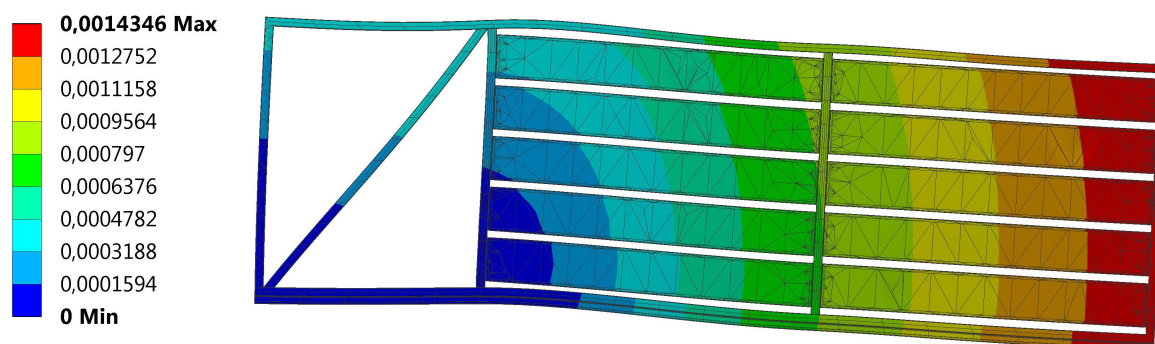
Uvedené obrázky znázorňují opět deformaci brány, přičemž je průhyb vyjádřen v metrech. Výsledné průhyby jsou uvedeny v kapitole Zhodnocení.



Obrázek 48: Celková deformace zavřené brány s jaklovou výplní 20×20 [m]



Obrázek 49: Celková deformace zavřené brány s jaklovou výplní 30×30 [m]



Obrázek 50: Celková deformace zavřené brány s kazetovou výplní [m]

Oproti předchozím modelům byly modely brány s výplní vytvořeny zcela odlišně a to v programu Inventor. Celkový model byl vytvořen složením modelů jednotlivých profilů a v případě kazetové výplně složením profilů a kazet. Kazeta byla vytvořena jako jeden ohýbaný plech. Tento model byl z Inventoru exportován ve formátu Step a nahrán do Workbenche. Při importu modelu zůstaly zachované i jednotlivé vazby mezi profily. Protože však byl model v Inventoru zavazben využitím rovnoběžnosti, kolmosti a jiných

geometrických prvků, které při deformaci nezůstávají zachovány, bylo nutné tyto vazby upravit tak, aby měla každá vazba reálný pevnostní význam. Po předefinování jednotlivých vazeb byly přidány dvě podpory a gravitační zatížení. Opět byly definovány body, pro které bylo speciálně vyčísleno posunutí. Na závěr byla vygenerována síť a proveden výpočet průhybů.

4 Zhodnocení

4.1 Napjatostní analýza

Provedená napjatostní analýza popisuje napětí v bráně s jeklem $60 \times 40 \times 3$ a liniovým zatížením simulující výplň.

Maximální ohybový moment a napětí v průřezu:

Zavřená	profil	úsek	ohyb. moment $[Nm]$	napětí $[MPa]$
1 pole	uzavřený	7	877,75	96,09
	C-profil	16	2266,19	92,58
2 pole	uzavřený	15	816,32	89,43
	C-profil	16	1740,14	71,09
Otevřená				
1 pole	uzavřený	12/13	950,97	104,18
	C-profil	13/14	2952,65	120,63
2 pole	uzavřený	12	797,60	87,38
	C-profil	13/14	2361,20	96,47

Z uvedené tabulky je zřejmé, že nejvíce namáhaná brána je brána s jedním polem při otevření. Místo největšího napětí je v blízkosti koleček a to pro C profil i pro obdélníkový profil. Z uvedených hodnot je možné určit bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti. Brána je vyrobena z železných profilů S235JRH, pro které je mez kluzu $235 MPa$.¹:

Bezpečnost pro profil:

$$\begin{aligned} \text{uzavřený} \quad k_1 &= \frac{\sigma_{mez}}{\sigma_{max}} = \frac{235}{104,18} = 2,26 \\ \text{C-profil} \quad k_2 &= \frac{\sigma_{mez}}{\sigma_{max}} = \frac{235}{120,63} = 1,95 \end{aligned}$$

4.2 Deformační analýza

Následující přehled udává posunutí bodů G , H , Z ve směru dolů pro různé modely. Umístění bodu Z je zvoleno díky předpokladu největšího průhybu. Bod Z u zavřené brány je také místem, ve kterém se zkoumá dosednutí brány do dojezdové kapsy. Body G a H jsou zvoleny pro znázornění rozdílu průhybů v dolním a horním jeklu ve stejné vzdálenosti od kraje, a také jak se tento rozdíl změní se změnou počtu polí.

4.2.1 Model brány bez výplně

Přehled je rozčleněn do tří tabulek, přičemž každá popisuje jeden typ profilu a zatížení. Ve všech tabulkách se první polovina tabulky vztahuje k bráně zavřené, druhá k bráně otevřené. V prvním sloupci je popsán počet polí, ve druhém sloupci je vypsán bod, ke kterému se vztahují hodnoty na daném řádku. K tomuto bodu jsou zde uvedeny hodnoty

¹Převzato z interních dokumentů Technopark CZ, s.r.o.

posunutí určené numerickým řešením a analytickým řešením. Ve sloupci rozdíl jsou zobrazeny hodnoty určené jako: $u_{Maple} - u_{Ansys}$. Ve sloupci odchylka je vyjádřen procentuální rozdíl hodnot určený jako: $|\frac{rozdl}{u_{Maple}}|$.

Rám z jeklu $60 \times 40 \times 3$ s liniovým zatížením ($q_D = q_H = 120 \text{ Nm}^{-1}$):

Zavřená	v bodě	Ansys [mm]	Maple [mm]	rozdl [mm]	odchylka [%]
1 pole	G	25,463	25,457	-0,006	0,02
	H	18,705	18,711	0,006	0,03
	Z	41,076	41,179	0,103	0,25
2 pole	G	11,782	11,813	0,031	0,26
	H	11,785	11,813	0,028	0,24
	Z	21,857	21,839	-0,018	0,08
Otevřená					
1 pole	G	22,98	23,126	0,146	0,63
	H	5,342	5,352	0,010	0,19
	Z	46,618	46,886	0,0268	0,57
2 pole	G	4,184	4,133	-0,051	1,23
	H	4,170	4,133	-0,037	0,90
	Z	30,506	30,562	0,056	0,18

Rám z jeklu $60 \times 40 \times 3$ bez liniového zatížení ($q_D = q_H = 0$):

Zavřená	v bodě	Ansys [mm]	Maple [mm]	rozdl [mm]	odchylka [%]
1 pole	G	9,907	9,886	-0,021	0,21
	H	7,919	7,906	-0,013	0,16
	Z	17,233	17,241	0,008	0,05
2 pole	G	5,209	5,201	-0,008	0,15
	H	5,207	5,201	-0,006	0,012
	Z	9,793	9,754	-0,039	0,40
Otevřená					
1 pole	G	12,926	13,005	0,079	0,61
	H	3,326	3,331	0,005	0,15
	Z	30,409	30,544	0,135	0,44
2 pole	G	2,785	2,749	-0,036	1,31
	H	2,775	2,749	-0,026	0,95
	Z	21,463	21,495	0,032	0,15

Rám z jeklu $60 \times 40 \times 2$ s liniovým zatížením ($q_D = q_H = 120 \text{ Nm}^{-1}$):

Zavřená	v bodě	Ansys [mm]	Maple [mm]	rozdíl [mm]	odchylka [%]
1 pole	G	31,070	31,186	0,116	0,37
	H	22,075	22,173	0,098	0,44
	Z	49,142	49,489	0,347	0,70
2 pole	G	13,997	14,154	0,157	1,11
	H	14,002	14,154	0,152	1,07
	Z	26,424	26,621	0,197	0,74
Otevřená					
1 pole	G	25,694	25,958	0,291	1,12
	H	5,692	5,745	0,053	0,92
	Z	50,103	50,765	0,662	1,30
2 pole	G	4,471	4,454	-0,017	0,38
	H	4,455	4,454	-0,001	0,02
	Z	32,806	33,158	0,352	1,06

Uvedené tabulky slouží pro porovnání jednotlivých metod výpočtu průhybu a také k určení kritického bodu vůči meznímu stavu deformace. Protože se odchylka hodnot určených různými způsoby výpočtu pohybuje okolo hodnoty 1 % a méně, lze považovat oba přístupy řešení za dostatečně přesné.

4.2.2 Model brány s výplní

Modely s výplní jsou sestaveny jenom pro zavřenou bránu s dvěma poli a je určeno pouze numerické řešení programem Ansys. V tabulce jsou vypsány hodnoty posunutí bodů G , H , Z směrem dolů.

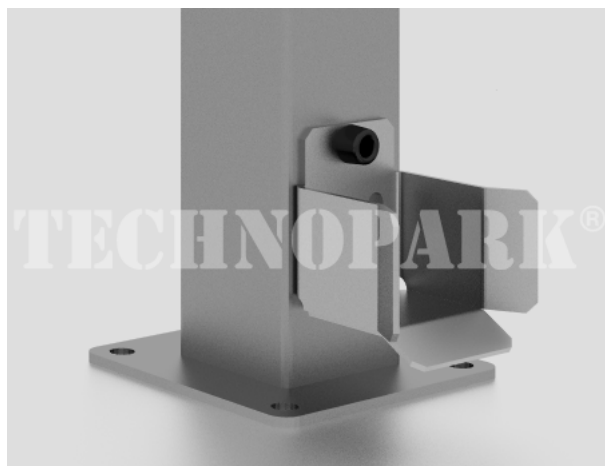
Zavřená brána s výplní:

výplň	20×20	30×30	plech	deska
v bodě	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
G	6,714	4,845	0,293	0,732
H	6,711	4,846	0,291	0,793
Z	11,22	7,685	0,577	1,390

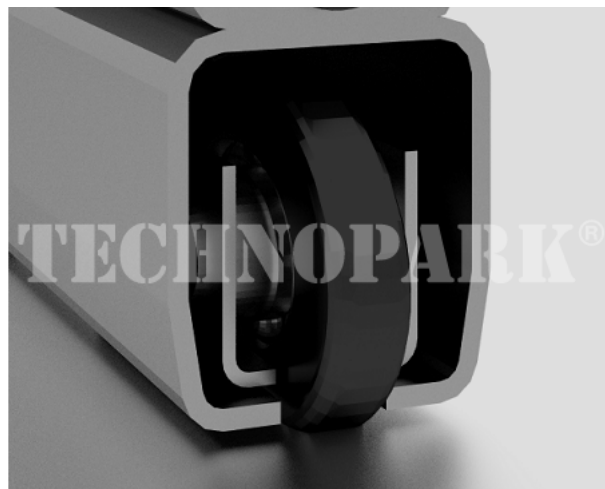
4.2.3 Kritický bod

Nejkritičtější místo průhybu je bod Z modelu zavřené brány. Zatímco brána v bodě Z modelu otevřené brány zůstává po otevření nadále volně ve vzduchu, při zavírání zajíždí do dojezdové kapsy (obrázek 51). K lepšímu zapadnutí do dojezdové kapsy slouží dojezdové kolečko (obrázek 52). Pro správnou funkci je tedy nutné, aby tohle kolečko do kapsy nenarazilo, ale najíždělo na ni z vrchu.

Při průměru kolečka 50 mm a daných parametrech kapsy je požadován maximální průhyb 25 mm pod rovinu kapsy.



Obrázek 51: Dojezdová kapsa



Obrázek 52: Dojezdové kolečko

Průhyb bodu Z zavřené brány:

počet polí	zatížení/jekl	průhyb v bodě Z
1	s liniovým zatížením	41,179
2	s liniovým zatížením	21,839
1	bez liniového zatížení	17,241
2	bez liniového zatížení	9,754
1	jekl $60 \times 40 \times 2$	49,489
2	jekl $60 \times 40 \times 2$	26,621

Z uvedené tabulky je vidět, že podmínku nesplňuje brána s jeklem $60 \times 40 \times 2$ s liniovým zatížením a také brána s jedním polem a s jeklem $60 \times 40 \times 3$ a liniovým zatížením. Tento problém je možné částečně zmenšit posunutím kapsy o něco málo níž, než je správná rovina brány bez prohnutí, toto řešení je však neestetické a neprofesionální.

Podle uvedených hodnot by vycházely jako vyhovující pouze brány s jeklem $60 \times 40 \times 3$ bez liniového zatížení a s liniovým zatížením pouze se dvěma poli.

Při zvážení výplně jako nosného prvku jsou však průhyby znatelně menší:

Průhyb brány s výplní

výplň	20 × 20	30 × 30	kazeta
	[mm]	[mm]	[mm]
	11,220	7,685	1,390

Bezpečnost pro největší průhyb u výplně z jeklů 20×20 je:

$$k = \frac{u_{mez}}{u_{max}} = \frac{25}{11,220} = 2,23$$

Pokud se tedy bere v potaz výplň jako nosný prvek, vychází maximální průhyb vůči meznímu průhybu bezpečný.

Závěr

Bakalářská práce se zabývá deformační a napjatostní analýzou samonosné posuvné brány vyráběné firmou Technopark CZ, s.r.o. V první části práce je provedena rešerše teoretických poznatků z oblasti pružnosti a pevnosti, které dále slouží k vytvoření výpočtového modelu a jeho řešení.

K samotnému řešení byly nejprve vytvořeny 2D modely rámu pro bránu s jedním a dvěma poli. U rámu byl určen stupeň statické neurčitosti. Rámy pro obě varianty byly z hlediska vnějšího statického rozboru určité, z hlediska vnitřního statického rozboru byl rám s jedním polem $9 \times$ staticky neurčitý a rám se dvěma poli $12 \times$ staticky neurčitý. V těchto řezech byly poté pomocí Castiglianovy věty určeny deformační podmínky nahrazující chybějící podmínky statické rovnováhy.

V analytické části byly nejprve určeny charakteristiky příčného průřezu. Poté byly vyjádřeny VVÚ v jednotlivých částech prutu. Rovnice VVÚ byly pro bránu s jedním i dvěma poli shodné kromě úseků, které model rámu s jedním polem neobsahoval, v těchto dvou úsecích byly pro tento model hodnoty VVÚ rovny nule. Dále byl rozlišen model pro otevřenou a zavřenou bránu, modely se lišily pouze ve vazbách nahrazující upevnění rámu a doplňkových silách zavedených k určení průhybu v daných bodech. Následně byla sestavena soustava rovnic deformačních podmínek, řešením dané soustavy byly určeny síly a ohybový moment v řezech. Vyjádření rovnic VVÚ a řešení soustavy rovnic deformačních podmínek bylo vyjádřeno obecně, až poté dosazeny konkrétní hodnoty. K řešení byl využit software Maple 17. Toto řešení bylo provedeno pro model brány z jeklu $60 \times 40 \times 3$ s liniovým a bez liniového zatížení, dále pro bránu z jeklu $60 \times 40 \times 2$ s liniovým zatížením. Pro každou bránu pak varianta se dvěma nebo jedním polem a pro otevřený a zavřený stav. Všechna řešení jsou uvedena v příloze. V bakalářské práci byly však z těchto dvanácti modelů uvedeny hodnoty pouze pro čtyři varianty brány z jeklu $60 \times 40 \times 3$ a liniovým zatížením $q_D = q_H = 120 \text{ Nm}^{-1}$. Pro tyto čtyři modely byly vykresleny grafy průběhu ohybového momentu v jednotlivých úsecích, tyto grafy jsou opět uvedeny v příloze. V bakalářské práci byly vykresleny průběhy ohybového momentu pouze pro variantu modelu pro zavřenou bránu se dvěma poli.

V numerické části byly vytvořeny odpovídající 3D modely pro shodné rozměry a zatížení jako v analytické části. Tyto modely byly vytvořeny v prostředí Ansys Workbench, poté bylo vytvořeno adaptivní síťování a proveden výpočet průhybů brány. Oproti analytické části bylo provedeno i určení průhybů pro modely s výplní, tyto modely byly vytvořeny v programu Inventor a následně vyexportovány a nahrány do prostředí Workbenche. V bakalářské práci byly vypsány pouze hodnoty průhybů v bodech G , H a Z a zobrazena celková deformace brány. Celkem bylo vytvořeno 15 modelů, které jsou součástí přílohy.

V poslední kapitole bylo provedeno zhodnocení výsledků. V tabulce výsledných průhybů pro různé modely při analytickém i numerickém řešení byly uvedeny také rozdíly řešení podle různých metod a také procentuální odchylka od analytického řešení. Většina odchylek byla menší než 1 %, z čehož lze soudit, že řešení bylo poměrně přesné. Byla určena také bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti u modelu z jeklu $60 \times 40 \times 3$, nejkritičtější místo vychází u otevřené brány v blízkosti síly nahrazující kolečko a bezpečnost: $k = 1,95$. Vazba však byla modelována v jednom bodě, ve skutečnosti je však používán vozík se dvěma kolečky vedle sebe, takže se napětí nekoncentruje v jediném příčném průřezu, ale dochází k většímu rozložení. Bezpečnost vůči mezi pružnosti by tedy byla ještě

větší než spočítaných 1, 95.

Dále byla provedena kontrola bezpečnosti vůči meznímu stavu deformace. Za kritický bod byl určen krajní bod zavřené brány, který zajíždí do dojezdové kapsy, v modelu značen jako bod Z , v tomto bodě byl stanoven maximální povolený průhyb 25 mm . Dále byla uvedena tabulka průhybů, z které je vidět, že modely pro jechl $60 \times 40 \times 2$ (průhyb pro 1 pole: $49,489\text{ mm}$, 2 pole: $26,621\text{ mm}$) a pro jechl $60 \times 40 \times 3$ s jedním polem a liniovým zatížením (průhyb $41,179\text{ mm}$) jsou nevyhovující. Pro zbývající modely jsou uvedené průhyby menší než stanovený maximální průhyb zachovávající funkčnost brány. Dále byly stanoveny průhyby pro modely s výplní (průhyb pro výplň 20×20 : $11,220\text{ mm}$, 30×30 : $7,685\text{ mm}$, kazeta: $1,390\text{ mm}$), z těchto modelů vyšel průhyb modelu s výplní z jechlů 20×20 největší, a to $11,220\text{ mm}$. Pro tento průhyb byla stanovena také bezpečnost: $k = 2,33$.

Z hodnot průhybů je tedy zřejmé, že použití jecklu $60 \times 40 \times 2$ a $60 \times 40 \times 3$ při použití jednoho pole pro modelované zatížení bez další výztuhy není vhodné, u modelu z jecklu $60 \times 40 \times 3$ se dvěma poli při zatížení (průhyb: $21,839\text{ mm}$) nebo bez zatížení (průhyb pro 1 pole: $17,241\text{ mm}$, 2 pole: $9,754\text{ mm}$) není průhyb větší než mezní hodnota. Porovnáním modelů s výplní a bez výplně je vidět, že nosnou funkci má také výplň. Pro přesné určení jecklů vhodných k použití by bylo nutné modelovat také výplň a pracovat s přenosem zatížení jiným způsobem než pouze nosným rámem. Protože se brány prodávají i bez výplně, kterou si montuje zákazník sám, je nutné uvažovat i variantu, kdy i díky nesprávné montáži nepřenesou výplň žádné zatížení. Pro tento případ je vhodné pro modelované rozměry použít na nosný rám brány jechl $60 \times 40 \times 3$.

Cílem bakalářské práce bylo vytvoření 2D modelu rámu, jeho napjatostně deformační analýza a její verifikace numerickým řešením a následné posouzení vhodnosti profilů. Všechny požadavky zadání byly tedy splněny v plném rozsahu.

Literatura

- [1] ANSYS Workbench Tutorial - Introduction to Static Structural. In: Youtube [online]. Kanál uživatele DrDalyO. Zveřejněno 14.2.2015 [cit 2018-05-20] Dostupné z <https://www.youtube.com/watch?v=vnpq5zzOS48>
- [2] FLORIAN, Zdeněk, Emanuel ONDRÁČEK a Karel PŘIKRYL. Mechanika těles: statika. Vyd. 7., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007, 182 s. : il. ISBN 978-80-214-3440-0.
- [3] HORNÍKOVÁ, Jana a Pavel ŠANDERA. Pružnost a pevnost: interaktivní učební text [online]. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2002 [cit. 2018–05–20]. Dostupné z: <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>
- [4] JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a J. BURŠA. Mechanika těles Pružnost a pevnost I. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2004. ISBN 80-214-2592-X.
- [5] MAPLESOFT: Maple user manual. [online]. 2014 [cit 2018-05-20]. Dostupné z https://www.maplesoft.com/documentation_center/maple18/usermanual.pdf

Seznam použitých symbolů

x_i	Proměnná hodnota délky na úseku, $x_i \in \langle 0; x_{imax} \rangle$.
x_{imax}	Celková délka i-tého úseku, $x_i \in \langle 0; x_{imax} \rangle$.
M_{oi}	Ohybový moment na i-tém úseku, $x_i \in \langle 0; x_{imax} \rangle$.
T_i	Posouvající síla na i-tém úseku, $x_i \in \langle 0; x_{imax} \rangle$.
N_i	Normálová síla na i-tém úseku, $x_i \in \langle 0; x_{imax} \rangle$.
M_{oA}	Ohybový moment v řezu A, analogicky v B, C, D.
T_A	Posouvající síla v řezu A, analogicky v B, C, D.
N_A	Normálová síla v řezu A, analogicky v B, C, D.
F_{DG}	Doplňková síla v bodě G.
F_{DH}	Doplňková síla v bodě H.
F_{DZ}	Doplňková síla v bodě Z.
n	Liniové zatížení nahrazující hmotnost C porilu.
m	Liniové zatížení nahrazující hmotnost obdélníkového profilu.
q_D	Liniové zatížení nahrazující výplň.
q_H	Liniové zatížení nahrazující výplň.
F_L	Síla nahrazující levou vazbu brány k zemi.
F_P	Síla nahrazující pravou vazbu brány k zemi.
a, b, c	Rozměry brány.
$a_p, b_p, c_p, d_p, h, t_1, t_2$	Rozměry příčného průřezu profilů.
J_1	Kvadratický moment obdélníkového jaklu.
J_2	Kvadratický moment obdélníkového jaklu a C profilu dohromady.
E	Youngův modul pružnosti železa.
σ_{mez}	Mez kluzu železa.
σ_{max}	Maximální dosažené napětí v prutu.
u_{mez}	Mezní stav deformace.
u_{mez}	Maximální dosažený deformace.
W	Energie napjatosti.
k	Koeficient bezpečnosti.

Seznam obrázků

1	Samonosná posuvná brána s kazetovou výplní	11
2	Samonosná posuvná brána s jeklovou výplní	20
3	Rám samonosné posuvné brány	20
4	Model zavřené brány	21
5	Model otevřené brány	21
6	Rozměry brány	22
7	Spodní C profil	23
8	Profil brány	23
9	Obélníkový jekl a C-profil	24
10	Obdélníkový jekl	24
11	VVÚ zavřené brány	27
12	VVÚ otevřené brány	27
13	Uvolnění 1	28
14	Uvolnění 2	28
15	Uvolnění 3	28
16	Uvolnění 4 Z	28
17	Uvolnění 4 O	28
18	Uvolnění 5	29
19	Uvolnění 6	29
20	Uvolnění 7	29
21	Uvolnění 8	29
22	Uvolnění 9	30
23	Uvolnění 10	30
24	Uvolnění 11	30
25	Uvolnění 12	30
26	Uvolnění 13 Z	31
27	Uvolnění 13 O	31
28	Uvolnění 14 Z	31
29	Uvolnění 14 O	31
30	Uvolnění 15	31
31	Uvolnění 16	32
32	Uvolnění 17 Z	32
33	Uvolnění 17 O	32
34	Místa počítaných průhybů v zavřené bráně	38
35	Místa počítaných průhybů v otevřené bráně	38
36	Celková deformace zavřené brány s jedním polem se zatížením $[m]$	39
37	Celková deformace zavřené brány se dvěma poli se zatížením $[m]$	39
38	Celková deformace otevřené brány s jedním polem se zatížením $[m]$	40
39	Celková deformace otevřené brány se dvěma poli se zatížením $[m]$	40
40	Celková deformace zavřené brány s jedním polem bez zatížení $[m]$	41
41	Celková deformace zavřené brány se dvěma poli bez zatížení $[m]$	41
42	Celková deformace otevřené brány s jedním polem bez zatížení $[m]$	41
43	Celková deformace otevřené brány se dvěma poli bez zatížení $[m]$	42
44	Celková deformace zavřené brány s jedním polem se zatížením a tenčím profilem $[m]$	42

45	Celková deformace zavřené brány se dvěma poli se zatížením a tenčím profilem $[m]$	42
46	Celková deformace otevřené brány s jedním polem se zatížením a tenčím profilem $[m]$	43
47	Celková deformace otevřené brány se dvěma poli se zatížením a tenčím profilem $[m]$	43
48	Celková deformace zavřené brány s jaklovou výplní $20 \times 20 [m]$	44
49	Celková deformace zavřené brány s jaklovou výplní $30 \times 30 [m]$	44
50	Celková deformace zavřené brány s kazetovou výplní $[m]$	44
51	Dojezdová kapsa	49
52	Dojezdové kolečko	49

Seznam grafů

1	Ohybový moment 1	34
2	Ohybový moment 2	34
3	Ohybový moment 3	35
4	Ohybový moment 4	35
5	Ohybový moment 5	35
6	Ohybový moment 6	35
7	Ohybový moment 7	35
8	Ohybový moment 8	35
9	Ohybový moment 9	36
10	Ohybový moment 10	36
11	Ohybový moment 11	36
12	Ohybový moment 12	36
13	Ohybový moment 13	36
14	Ohybový moment 14	36
15	Ohybový moment 15	37
16	Ohybový moment 16	37
17	Ohybový moment 17	37

Seznam příloh

Název souboru	Popis
kvad_moment_60x40x2.mw	Výpočet kvadratického moemntu profilu $60 \times 40 \times 2$
kvad_moment_60x40x3.mw	Výpočet kvadratického moemntu profilu $60 \times 40 \times 3$
Bez_3_otevrena_1pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, bez liniového zatížení, otevřená, s jedním polem
Bez_3_otevrena_2pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, bez liniového zatížení, otevřená, se dvěma poli
Bez_3_zavrena_1pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, bez liniového zatížení, zavřená, s jedním polem
Bez_3_zavrena_2pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, bez liniového zatížení, zavřená, se dvěma poli
S_2_otevrena_1pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 2$, s liniovým zatížením, otevřená, s jedním polem
S_2_otevrena_2pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 2$, s liniovým zatížením, otevřená, se dvěma poli
S_2_zavrena_1pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 2$, s liniovým zatížením, zavřená, s jedním polem
S_2_zavrena_2pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 2$, s liniovým zatížením, zavřená, se dvěma poli
S_3_otevrena_1pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, otevřená, s jedním polem
S_3_otevrena_2pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, otevřená, se dvěma poli
S_3_zavrena_1pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, zavřená, s jedním polem
S_3_zavrena_2pole.mw	Výpočet VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, zavřená se dvěma poli
GrafyVVU_S3_O1.mw	Grafy průběhů VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, otevřená, s jedním polem
GrafyVVU_S3_O2.mw	Grafy průběhů VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, otevřená, se dvěma poli
GrafyVVU_S3_Z1.mw	Grafy průběhů VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, zavřená, s jedním polem
GrafyVVU_S3_Z2.mw	Grafy průběhů VVÚ, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, zavřená, se dvěma poli
Ansyz_Bez_3.rar	Archiv modelů, $60 \times 40 \times 3$, bez liniového zatížení, všechny varianty
Ansyz_S_2.rar	Archiv modelů, $60 \times 40 \times 2$, s liniovým zatížením, všechny varianty
Ansyz_S_3.rar	Archiv modelů, $60 \times 40 \times 3$, s liniovým zatížením, všechny varianty
Ansyz_20x20.rar	Archiv, model s výplní 20×20
Ansyz_30x30.rar	Archiv, model s výplní 30×30
Ansyz_kazeta.rar	Archiv, model s kazetovou výplní